



STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM

**WETENSCHAPPELIJK PROGRAMMA 1986  
MEERJARENPLAN 1987-1991**

**DEEL 2:  
ONDERZOEKPROJECTEN IN HET KADER VAN DE  
WERKGEMEENSCHAPPEN EN  
LANDELIJKE SAMENWERKINGSVERBANDEN**



STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM

**WETENSCHAPPELIJK PROGRAMMA 1986  
MEERJARENPLAN 1987-1991**

**DEEL 2:  
ONDERZOEKPROJECTEN IN HET KADER VAN DE  
WERKGEMEENSCHAPPEN EN  
LANDELIJKE SAMENWERKINGSVERBANDEN**



## **INHOUD**

1. Inleiding
2. Continueringsaanvragen
3. Nieuwe projectaanvragen
4. Inrichting van de begroting
5. LSV i.o. Mathematische Fysica
6. Toelichting op de begroting
7. Bijlage: projecten SMC 1986
  - a. WGM Numerieke Wiskunde
  - b. WGM Stochastiek
  - c. WGM Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie
  - d. WGM Discrete Wiskunde
  - e. WGM Analyse
  - f. LSV i.o. Mathematische Fysica
  - g. LSV Algebra en Meetkunde
  - h. LSV Logica en Grondslagen van de Wiskunde
  - i. Interdisciplinair project



## 1. Inleiding

De Stichting Mathematisch Centrum presenteert in dit deel van haar Wetenschappelijk Programma 1986/Meerjarenplan 1987-1991 de onderzoekprojecten die in het kader van de Werkgemeenschappen en Landelijke Samenwerkingsverbanden in de begroting 1986 en de meerjarenraming 1987-1991 zijn opgenomen.

In totaal werden voor 1986 43 projecten ingediend. Hierbij ging het om zeventien nieuwe projecten (waaronder een tweetal uitbreidingen van bestaande projecten) en 26 continueringen.

De 40 projecten die uiteindelijk in de begroting zijn opgenomen zijn als volgt verdeeld over de Werkgemeenschappen:

- WGM Numerieke Wiskunde: 4
- WGM Stochastiek: 5
- WGM Math.Besliskunde en Syst.theorie: 8
- WGM Discrete Wiskunde: 1
- WGM Analyse: 10

en Landelijke Samenwerkingsverbanden:

- LSV Algebra en Meetkunde: 6
- LSV Logica en Grondslagen van de Wiskunde: 1

Op het gebied van het LSV i.o. Mathematische Fysica worden in samenwerking met de stichting FOM 4 projecten voor subsidiëring overwogen. Bovendien werd één project in verband met het interdisciplinaire karakter ervan direct, op basis van refereeraanvragen door de Wetenschapscommissie behandeld en niet ondergebracht bij een van de Werkgemeenschappen of Landelijke Samenwerkingsverbanden.

In dit programma worden de projectvoorstellingen, die de Stichting meent te moeten honoreren op grond van wetenschappelijke kwaliteit en urgentie, volledig weergegeven. In eerste instantie heeft beoordeling plaatsgevonden door de Werkgemeenschapscommissies en Beoordelingscommissies van de Landelijke Samenwerkingsverbanden. Met hun adviezen heeft de Wetenschapscommissie het totale pakket van aanvragen besproken en beoordeeld en daarover advies uitgebracht aan het Curatorium van de Stichting.

Hieronder wordt in de paragrafen 2 en 3 het advies van de Wetenschapscommissie weergegeven.

In de paragrafen 4 en 5 worden vervolgens de besluiten van het Curatorium t.a.v. de begroting toegelicht.

## 2. Continueringsaanvragen

Van de 26 continueringaanvragen geven de meeste geen aanleiding tot commentaar. Op basis van de voortgangsverslagen blijkt dat deze projecten aan de verwachtingen voldoen of nog pas zo kort lopen dat hierover geen oordeel kan worden uitgesproken. Voor deze projecten wordt continuering geadviseerd.

Ten aanzien van het project 10-62-07 (Vervaat) wordt geadviseerd de duur van het project met een jaar te verlengen. Bij het onderzoek van drs. Gerritse bleek het noodzakelijk een diepgaande studie te maken van recente resultaten uit de niet-standaard analyse. Deze resultaten spelen een centrale rol in de theorie van processen van stochastische gesloten verzamelingen. Als gevolg hiervan is een vierde jaar nodig om het onderzoek succesvol af te ronden met een dissertatie.

De projecten 10-62-10, Rousseeuw (THD) en 10-64-11, v.d.Hoek (EUR) die in 1985 werden gehonoreerd zijn nog niet van start gegaan. Rousseeuw kon nog geen geschikte kandidaat vinden, maar verwacht na een nieuwe sollicitatieronde begin 1986 met het project te kunnen starten.

De kandidaat die Van der Hoek op het oog heeft zal waarschijnlijk begin november 1985 afstuderen en dan spoedig kunnen worden aangesteld.

## 3. Nieuwe projectaanvragen

De twaalf nieuwe projectaanvragen die uiteindelijk voor honorering worden voorgedragen zijn naar het oordeel van de Wetenschapscommissie in drie groepen te verdelen. Alle

groepen bestaan uit aanvragen van zeer goede kwaliteit, die ten volle voor subsidiëring in aanmerking komen.

In groep 1 zijn de aanvragen samengebracht die van hoge wetenschappelijke kwaliteit worden geacht en die bovendien voor een goede ontwikkeling van het wiskundig onderzoek in Nederland van hoge urgentie worden geacht.

De projectaanvragen in groep 2 zijn alle van hoge wetenschappelijke kwaliteit, maar hebben een lagere urgentie dan de aanvragen in groep 1.

Groep 3 bestaat uit aanvragen van in principe goede kwaliteit, maar die nader uitgewerkt dienen te worden, alvorens zij voor subsidie in aanmerking kunnen komen.

De adviezen van de Wetenschapscommissie luiden als volgt:

#### **Groep 1 (A+)**

10-60-06, prof.dr. A.O.H. Axelsson(KUN)  
Iteratieve methoden voor lineaire en niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen

Deze aanvraag betreft een uitbreiding van een bestaand project. Het lopende onderzoek (sinds december 1984) begint reeds vruchten af te werpen. Het onderzoeksterrein is echter zeer breed en het wordt van belang geacht dat het project wordt uitgebreid. De probleemstelling is gebaseerd op actuele problemen uit de (reken)-praktijk en is ook theoretisch zeer interessant. De aanvrager heeft veel deskundigheid opgebouwd en veel gepubliceerd op het onderhavige gebied. De Wetenschapscommissie acht de aanvraag van zeer goede kwaliteit en hoge prioriteit.

10-60-12, prof.dr.M.N. Spijker(RUL)  
Analyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen

Dit onderzoeksvoorstel is in hoge mate wetenschappelijk relevant. Het geplande onderzoek ligt op een actueel terrein, dat in het middelpunt van de belangstelling staat bij de numerici die zich met de theoretische numerieke analyse van beginwaardeproblemen bezighouden. De groep waarin de gevraagde medewerker ondergebracht zal worden, is zeer competent en er bestaat groot vertrouwen dat het onderzoek tot interessante resultaten zal leiden. De Wetenschapscommissie acht deze aanvraag van zeer goede kwaliteit en hoge urgentie.

10-62-03, prof.dr. M.S. Keane (THD)  
Coderingsproblemen in ergodentheorie

In het kader van dit reeds bestaande project wordt een nieuwe promotiemedewerker gevraagd. Het onderzoek verloopt voorspoedig. Keane heeft belangrijk werk gedaan binnen het beschreven gebied en de commissie ziet in hem een creatief, produktief en inspirerend onderzoeker.

Onderzoek van het voorgestelde type is belangrijk binnen de ergodentheorie en heeft implicaties voor de theoretische natuurkunde en de informatietheorie

De Wetenschapscommissie acht deze uitbreiding zeer waardevol en adviseert dit project van zeer goede kwaliteit en hoge prioriteit te honoreren.

10-64-14, prof.dr.A. Hordijk (RUL)  
Markov-beslissingsprocessen

Het betreft hier een onderzoeksvoorstel dat zeer relevant en van zeer goede kwaliteit is. De dringende aanbeveling voor ondersteuning betreft ook de onderzoekskwaliteiten van de aanvrager. De Wetenschapscommissie acht ondersteuning van dit kwalitatief zeer goede onderzoek urgent in verband met de wenselijkheid tot behoud van impuls in een gerenommeerde groep onderzoekers en door de aanwezigheid van een zeer goede kandidaat.

10-70-16, prof.dr. G. van Dijk (RUL)/dr.T.H. Koornwinder(CWI)  
Analyse op Lie-groepen

Het project bevindt zich op een terrein dat in de belangstelling staat. Het onderzoekvoorstel past in een groter project dat reeds uitstekende resultaten heeft opgeleverd. De

Wetenschapscommissie acht de aanvraager zeer kredietwaardig en meent dat honorering van deze aanvraag een urgent karakter heeft gezien de uitstekend gekwalificeerde voorgestelde kandidaat.

- 10-78-03    prof.dr.C.L. Scheffer (THD)/prof.dr.N.M. Hugenholtz(RUG)  
Kwantum-waarschijnlijkheidstheorie

Dit project ligt duidelijk op het gebied van de mathematische fysica met relevantie voor het wiskundig onderzoek van stochastische processen in dynamische systemen en met relevantie voor fysisch onderzoek van Markov-processen in de quantummechanica en voor het onderzoek van de fysica van lage temperaturen. Het onderzoek is nieuw en het begeleidende team wordt zeer competent genoemd. De Wetenschapscommissie acht dit project van zeer goede kwaliteit en is van mening dat dit project met hoge urgentie moet worden gesubsidieerd.

- 10-78-05,    prof.dr. M. Hazewinkel (CWI)/prof.dr.B. de Wit(RUU)  
Vertex operators and string theories

Het betreft hier een onderzoek dat betrekking heeft op het sterk in de internationale belangstelling staande gebied van de supersymmetrische quantumveldentheorie. Dit gebied is zowel van belang in de mathematische fysica als in de wiskunde (Kac-Moody-algebra's, indexstellingen, Feynman-pad-integralen). De wetenschappelijke prestaties van de indieners zijn van zeer hoge kwaliteit. De Wetenschapscommissie beveelt aan dit project met hoge prioriteit te honoreren.

- 10-78-06,    prof.dr.N.M. Hugenholtz(RUG)/prof.dr.M. Winnink(RUG)  
Classical and quantum mechanics of systems of infinitely many degrees of freedom

Dit project is nauw verbonden met een project dat reeds bestaat bij de groep "Molecuul Fysica" bij de RU Groningen. In dit reeds bestaande project zijn een aantal resultaten verkregen die internationale erkenning verworven hebben. Het project is innoverend, van wetenschappelijk belang voor de mathematische fysica en de aanvragers worden zeer competent geacht. De Wetenschapscommissie acht dit project van zeer goede kwaliteit en beveelt subsidiëring dan ook met hoge urgentie aan.

## Groep 2 (A)

- 10-60-10,    prof.dr. Th.J. Dekker(UvA)/prof.dr.H.A.v.d. Vorst(THD)  
Numerieke algoritmen voor supercomputers

Het onderzoek betreft de aanpassing en ontwikkeling van numerieke algoritmen voor nieuwe (recent beschikbaar gekomen) computerarchitecturen. Op het gebied van deze architecturen zijn interessante ontwikkelingen gaande. De Wetenschapscommissie onderkent het wetenschappelijke belang van dit onderzoeksterrein en de urgentie ervan en is overtuigd van de ervaring en kwaliteiten van de aanvragers. Honorering wordt dan ook aanbevolen.

- 10-60-11,    dr.R.M.M. Mattheij (KUN)  
Numerieke methoden voor niet-lineaire randwaardeproblemen

Het onderzoeksvoorstel is interessant en wetenschappelijk zeer relevant. Er is internationaal een bloeiende activiteit op dit gebied gaande. Mattheij's bijdragen aan deze tak van de numerieke wiskunde zijn o.a. door zijn vele buitenlandse contacten zeer belangwekkend. De Wetenschapscommissie acht dit voorstel van goede kwaliteit en adviseert tot subsidiëring.

- 10-64-15,    prof.dr.A.H.G. Rinnooy Kan (EUR)  
Gevoelighetsanalyse voor combinatorische optimalisering

Dit betreft een onderzoek op een breed en nog onontwikkeld, maar relevant gebied. De in het projectvoorstel gestelde onderzoeks vragen zijn alle van theoretisch belang en hebben voor

een deel ook praktische waarde. De commissie heeft veel vertrouwen in de aanvrager. Honorering van dit project wordt dan ook aanbevolen.

- 10-78-02/04, prof.dr.ir.R. Martini(THT)/dr.P.J.M. Bongaarts(RUL)  
Indexstellingen en supersymmetrische quantumveldentheorie/ Anticommuterende variabelen. Wiskundige theorie en fysische toepassingen.

Het betreft hier twee afzonderlijk ingediende projecten, die zo nauw met elkaar samenhangen dat de commissie beide projecten als *één project* beschouwt, waar 1 fte inzet voor wordt aangevraagd. Het onderzoek beweegt zich op een gebied dat zeer in de internationale belangstelling staat. Het project is van goede kwaliteit en de indieners zijn zeer gekwalificeerd om het voorgestelde onderzoek te verrichten. De Wetenschapscommissie beveelt honorering van dit project dan ook aan.

### Groep 3 (B)

- 10-80-14, prof.dr.J.H.M. Steenbrink (RUL)/dr.G.B.M. van der Geer (UvA)/ prof.dr.F. Oort (RUU)  
Arithmetische algebraïsche meetkunde

Deze aanvraag heeft betrekking op een beloftevol en belangrijk onderzoeksgebied. Men is overtuigd van de kwaliteiten van de aanvragers.

De Wetenschapscommissie acht dit een project van goede kwaliteit, waar echter geen hoogste prioriteit aan kan worden gegeven. De huidige projectbeschrijving geeft de Wetenschapscommissie aanleiding de indieners een nadere uitwerking van hun voorstel te vragen. Zij adviseert derhalve dit project een B beoordeling te geven, doch gezien het belang en de kwaliteit van het onderzoek de mogelijkheid open te laten om, indien de financiële middelen dit toelaten en indien een uitgewerkt en door de LSV becommentarieerd voorstel daartoe aanleiding geven, alsnog tot financiering in 1986 over te gaan.

- 10-00-01, prof.dr.ir.J.C. Willems (RUG)/prof.dr.F. Takens (RUG)/  
dr.J.W. Nieuwenhuis (RUG)/prof.dr.M. Winnink (RUG)  
Dynamica van systemen

Dit project draagt een interdisciplinair karakter en werd in eerste instantie voorgelegd aan de Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie, de Werkgemeenschap Analyse en het Landelijk Samenwerkingsverband Mathematische Fysica. De aanvragers van dit project staan bekend als onderzoekers die hooggekwalificeerd werk doen. Het voorstel is zeer veelomvattend en wetenschappelijk interessant. De Wetenschapscommissie is echter van oordeel dat een meer gedetailleerde beschrijving van de deelprojecten en hun samenhang gewenst is, evenals een precisering van de door de aan te stellen onderzoekers uit te voeren deelprojecten.

Gezien het belang en de wetenschappelijke kwaliteit van het onderzoek wordt geadviseerd voor deze aanvraag de mogelijkheid van subsidie in 1986 open te laten, mits de financiële middelen dat toelaten en de Wetenschapscommissie met het uitgewerkte voorstel kan instemmen.

### 4. Inrichting van de begroting.

Gehoord de adviezen van de Wetenschapscommissie besluit het Curatorium alle voorstellen tot continuering van reeds lopende onderzoekprojecten die door de SMC worden gesubsidieerd over te nemen. Tevens wordt besloten de met een A+ beoordeelde projectvoorstellingen voor subsidiëring aan ZWO voor te dragen, met uitzondering van de projecten in het LSV i.o. Mathematische Fysica, waarop in de volgende paragraaf nader wordt ingegaan.

De met een A beoordeelde aanvragen worden om budgettaire redenen pro memorie in de begroting opgenomen. Subsidiëring kan worden overwogen indien de financiële situatie daartoe aanleiding geeft.

Met betrekking tot de met een B beoordeelde projectvoorstellingen besluit het Curatorium deze eveneens pro memorie in de begroting op te nemen. Honorering hiervan blijft hierdoor mogelijk indien de financiële middelen dit toelaten en indien de door de aanvragers

uitgewerkte voorstellen de instemming van de Wetenschapscommissie verkrijgen.

### **5. LSV i.o. Mathematische Fysica**

Dit jaar werden voor de eerste maal (zeven) projecten ingediend op het gebied van de mathematische fysica. De projecten werden in eerste instantie voorgelegd aan de Beoordelingscommissie van het LSV i.o., die omtrent de priorering een advies aan de Wetenschapscommissie en aan het Bestuur van FOM heeft uitgebracht. De Wetenschapscommissie sluit zich aan bij het advies van de beoordelingscommissie dat de projecten 10-78-03, 10-78-05 en 10-78-06 met hoge prioriteit honorering verdienen. Het betreft in totaal 4.0 fte. Daarnaast is met lage prioriteit honorering geadviseerd voor het gecombineerde project 10-78-02/04.

Het Curatorium heeft gemeend gezien de financiële mogelijkheden vooralsnog daadwerkelijk financiering van 1.0 fte in de begroting op te nemen. Indien in de loop van het jaar blijkt dat er meer financiële middelen beschikbaar zijn, dan zal financiering van een tweede plaats binnen dit LSV met prioriteit in beschouwing worden genomen.

Van de zijde van FOM is voor het LSV i.o. voor 1986 2.0 fte gereserveerd. Het bestuur van FOM en het Curatorium van de SMC zullen zo spoedig mogelijk besluiten hoe de beschikbare middelen aan de met een A + beoordeelde projecten zullen worden toegewezen.

### **6. Toelichting op de begroting 1986**

De in de begroting aangevraagde bedragen voor nieuwe projectuitvoerders zijn alle gebaseerd op het salarispeil 1-1-84 "nieuw". Overigens is conform de richtlijnen begroot, waarbij kan worden aangetekend dat bij onervaren, bekende kandidaten het salaris werd vastgesteld overeenkomstig schaal 7 met 1 anciënniteit en bij onbekende kandidaten een salaris werd gehanteerd op basis van schaal 7 met 3 anciënniteiten.

In de ingediende projectvoorstallen worden bedragen aangevraagd ten behoeve van door uitvoerders van het onderzoek te maken reizen of voor bekostiging van korte bezoeken van buitenlandse deskundigen die voor het projectonderzoek van belang worden geacht.

Het Curatorium stelt zich op het standpunt dat het niet gewenst is om per project hiervoor subsidiegaranties vast te stellen. De Stichting neemt voor reiskosten van uitvoerders en voor kosten van korte bezoeken van buitenlandse deskundigen op de begroting een totaalbedrag op dat is gebaseerd op gemiddeld Kf. 1.5 per projectmedewerker per jaar.

Dit bedrag is pro forma verdeeld over de Werkgemeenschappen. Hieraan kunnen echter geen rechten worden ontleend.

Het Curatorium acht internationale contacten van groot belang voor de uitvoering van het onderzoek en meent dit belang het best te dienen door de gehanteerde regeling, waarvan de details worden gegeven in het Inlichtingenboekje van de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC.







1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland.

Dossiernummer: 10-60-06

1a. <b>Aanvrager/ contactpersoon</b>	Naam: Axelsson, A.O.H. Instelling: Katholieke Universiteit Corr.adres: Math. Instituut, Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen	Functie: hoogleraar Telefoon: 080/558833 tnt 3231		
1b. <b>Aanvrager(s)</b>	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:		
2. <b>Titel v.h. onderzoek</b> <b>Title of project</b>	Iteratieve methoden voor lineaire en niet lineaire partiële differentiaalvergelijkingen			
	Iterative methods for linear and non-linear partial differential equations			
3. <b>Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd</b>	Mathematisch Instituut, Katholieke Universiteit, Nijmegen			
4. <b>Samenvatting van de probleem- en doelstelling</b>  <b>Technical abstract</b>	<p>Iteratieve methoden voor partiële differentiaalvergelijkingen, zoals zelf geadjungeerde, niet zelf geadjungeerde, gemengde variabele en niet lineaire worden onderzocht. Deze problemen komen als voorbeeld voor in mengbare verplaatsingsproblemen en warmteoverdracht. We bestuderen verschillende gepreconditioneerde gegeneraliseerde geconjugeerde gradienten aangepast aan de bovenstaande typen van problemen. Als een van de preconditioningstechnieken zal vooral de incomplete factorizatie onderzocht worden. Voor niet lineaire problemen zullen Newton-type methoden en vaste-punt methoden bestudeerd worden.</p> <p>Iterative methods for partial differential equations of various types, like self-adjoint, mixed variable, nonlinear are investigated. Such problems arise typically in miscible displacements problems and heat transfer. We investigate various preconditioned generalized conjugate gradient methods adapted to the above types of problems. Among the preconditioning techniques, we investigate in particular incomplete block factorization methods. For nonlinear problems we investigate Newton type methods and certain fix-point methods.</p>			
5. <b>Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek</b>  <b>Researchers involved in the project</b>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Prof.dr. A.O.H. Axelsson Drs. B.J.W. Polman (J.M.L. Maubach Drs. S.A.M.J. Stevens Buitenlandse bezoekers	Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde	KUN ZWO ZWO KUN ZWO	12 40 40) 5 0
6. <b>Totale subsidie- periode</b>	Duur: 5 jaar en 2 maanden	Aanvang: 1 december 1984		
7. <b>Publikaties</b>	Nog geen publicaties. Later wel artikelen en dissertaties.			
8. <b>Classificatie</b>	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P170</p> <p>b. Toepassingsgebied (NABS-code): Numerical Linear Algebra. Iterative methods, Incomplete factorization</p> <p>c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Numerieke Wiskunde</p> <p>d. 1980 Mathematics Subject Classification: 65F</p>			

<p><b>9a. voor nieuw onderzoek</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>	
<p><b>9b. voor continuerings- aanvragen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>	
<p>9a. of 9b.</p> <p><u>Recapitulatie</u></p> <p><u>Aims of the project</u></p> <p>The principal aim of the project is to develop new and more efficient iterative methods for the numerical solution of discretized partial differential equations of the following type:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Selfadjoint (diffusion) problems</li> <li>b. Nonselfadjoint (convection-diffusion) problems</li> <li>c. Coupled systems of partial differential equations, typically leading to indefinite (and even nonselfadjoint) problems</li> <li>d. Some special nonlinear problems related to a, b, c.</li> </ol> <p><u>State of the Art (Principal problems).</u></p> <p>In linear systems of algebraic equations arising from the solution of selfadjoint partial differential equations the nature of the system is usually symmetric and positive definite. In such cases iterative methods based on preconditioned conjugate gradient procedures are generally quite effective and well understood. The most effective solvers are based on multigrid techniques but incomplete factorization methods with conjugate gradient methods as acceleration methods work also very well (for a comparative study see [Dendy 1980]). The incomplete factorization techniques have been based on pointwise methods; the "classical incomplete factorization method of Meijerink and Van der Vorst", see [Van der Vorst, 1982], and the modified version of Gustafsson, see [Axelsson, Barker, 1984]. The latter is asymptotically more effective as the steplength <math>h \rightarrow 0</math> and also more effective when one solves to the order of the truncation error. A recent investigation indicates however that block-incomplete factorization methods may be even more efficient, see [Axelsson, Brinkkemper and Il'in, 1984] and hence competitive with multigrid solvers. In addition they are easier to implement in a computer software package and to modify for vectorization on supercomputers.</p> <p>For nonsymmetric linear systems of algebraic equations arising from nonselfadjoint partial differential equations the situation is much less satisfactory. In many cases the classical preconditioned conjugate gradient methods may diverge and even when they do converge they may require a prohibitive amount of computer time and storage. Various kinds of generalized conjugate procedures and Lanczos type methods and other acceleration methods have been successfully applied, with various preconditionings, to certain special classes of problems, including a simple form of the convection-diffusion equation arising in many important problems such as heat transfer miscible displacement problems, including those arising in oil recovery, and in tectonic plate theory in geology, just to mention a few (ref. 1,3,4,10,11).</p> <p>However, at present, there is a lack of rigorous general criteria for determining in advance whether or not a particular procedure will be effective and the effectiveness may be improved upon.</p>	<p>indien nodig op blz. 2a vervolgen</p>

vervolg 9.

For coupled systems of differential equations such as in miscible displacements where the (divergence free) velocity field is coupled with the pressure variable and also with the concentration equation, little has been done as regards effective iterative solvers. A new attempt to solve indefinite problems (see Axelsson, 1983) shows however great promise. For a discussion of the above application, see [Ewing, Wheeler, 1982].

For many nonlinear problems there exists now very promising almost globally convergent Newton type methods (for a recent discussion see Axelsson, 1982]). These methods have an extended region of convergence and it is therefore not necessary to have a very accurate initial approximation to start the method with.

The efficient application of these methods for partial differential equation problems needs however much investigation. In particular there is a need to investigate Navier Stokes problems both for Newtonian and non-Newtonian fluids (Rheology) where in the latter case the constitutive equations (together with the momentum equations) are nonlinear. In the general formulation, six unknowns appears. In tensor notation we have

$$\begin{aligned} \lambda(u_k^T ijk - u_{i,k}^T ik) + \tau_{ij} &= \mu_0(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \rho u_j u_{i,j} + p_{i,i} - \tau_{ij,j} &= \rho f_i \\ u_{i,i} &= 0 \end{aligned}$$

with appropriate boundary conditions. The resulting linearized equations in every Newtonstep are indefinite and nonsymmetric. Combinations of the above mentioned techniques for this problem will be very interesting. Application of this in a miscible displacement framework is of outmost importance for some oil recovery problems.

#### Objectives and methods of investigation, general description

One of the objectives of the project is the investigation of various kinds of preconditioners, such as various kinds of approximate factorization methods ref. [5,6,8,10,12]. These studies will include preconditionings for some mixed variable variational formulations arising when one introduces an auxiliary variable such as  $v = (k/\mu) \nabla p$  in addition to the variable  $p$  (pressure or temperature or concentration; etc.) (ref. 7.9.13). We will also study properties of various acceleration procedures, including generalized conjugate gradient acceleration and Chebyshev acceleration in relation to various preconditioners (ref. 3,4,10,11,12). For nonlinear problems damped and inexact Newton type methods will be investigated (ref. 2).

The approach will be theoretical as well as experimental in nature. The theoretical approach will include asymptotic and actual rate of convergence of various kinds of preconditioners and acceleration techniques. As an example, the stability and effectiveness of certain preconditionings relating to central differencing or finite elements and upwind differencing or upwinded shaped finite elements techniques will be investigated.

In preconditioned nonsymmetric sparse linear systems there are two main approaches. One involves the application of generalized conjugate gradient procedures to the preconditioned nonsymmetric sparse linear system. The other involves the application of classical conjugate gradient procedures to the normal equations formed from the preconditioned system, such as Craigs method. We intend to make a comparative study of these two approaches both from a theoretical and from an experimental point of view. Also block-matrix preconditioners for non-selfadjoint problems shall be studied.

For indefinite problems we shall in particular investigate methods based on reducing the problems to a sequence of positive definite ones (possibly nonsymmetric but positive real) (ref.7) and to study extensions of the method in ref.13 to the non-elliptic case.

Vervolg 9

Another important aspect of the work will be the adaptation of some of the methods for supercomputers such as the Control Data Cyber 205 and the Cray I. In order to take full advantage of vector computers it is usually necessary to modify a given algorithm to achieve "vectorization".

References

1. O. Axelsson, Finite element methods for convection-diffusion problems, with error estimates valid uniformly in the Reynold's number parameter, Febr. 1983.
2. O. Axelsson, On global convergence of iterative methods, in Proceedings, Tagung Iterative Lösung Nichtlinearer Gleichungssystemen, Oberwolfach, Januar 31-Februar 6, 1982. LNIM 953, Springer-Verlag, 1982.
3. O. Axelsson, A generalized conjugate direction method and its application on a singular perturbation problem, in G.A. Watson (Ed.), Numerical Analysis (LNIM vol. 773), 1-11, Springer-Verlag, 1979.
4. O. Axelsson, Conjugate gradient type methods for unsymmetric and inconsistent systems of linear equations, Linear Algebra and Appl. 29 (1980), 1-16.
5. O. Axelsson, S. Brinkkemper, V.P. Il'in, On some versions of incomplete factorization iterative methods, Linear Algebra and Appl. 58 (1984), 3-15.
6. O. Axelsson, A.V. Barker, Finite element solutions of boundary value problems. Theory and computation. Academic Press, New York, 1984.
7. O. Axelsson, Numerical algorithms for indefinite problems, in Proceedings Elliptic Problem Solvers, Monterey, Calif., Jan. 1983, to appear.
8. J.E. Dendy, Jr. and J.M. Hyman, Multigrid and ICCG for problems with interfaces, in Elliptic Problem Solvers [Proceeding Conference Santa Fe, New Mexico, 1980], Academic Press, 1981.
9. R.E. Ewing and H.F. Wheeler, Computational aspects of mixed finite element methods, in Numerical Methods for Scientific Computing, R.S. Stepleman, ed., North Holland Publ. Co, to appear.
10. L.A. Hageman and D.M. Young, Applied Iterative methods, Academic Press, New York, 1981.
11. Y. Saad, Krylov subspace methods for solving large unsymmetric linear systems. Math. Comp. 37 (1981), 105-126.
12. H.A. van der Vorst, Preconditioning by incomplete decompositions, Dissertation R.U.U., 1982.
13. O. Axelsson and I. Gustafsson, An efficient finite element method for nonlinear diffusion problems, submitted.

Resultaten:

Research 1 dec. 1984 (begindatum) - 30 juni 1985 (B. Polman).

The main object of investigation so far has been the enlargements of the set of matrices which permit an (incomplete) blockwise factorization. In Axelsson [1] and Polman [2] it has been shown that in case of M-matrices various types of incomplete blockwise factorizations exist. In the past months we have extended this result to the class of H-matrices and block H-matrices (where we use for the latter a new definition which is weaker than the definition given by Robert [3]).

This result for H-matrices generalizes in fact the well known result that H-matrices permit pointwise factorizations (see Varga, Saff and Mehrmann [4] and Manteuffel [5]) because a pointwise factorization is a spacial case of blockwise factorization.

The idea of block-H matrix is inspired by the notion of block diagonal dominance, see Varga and Feingold [6]. In Varah [7] it was shown that a tri-diagonal block matrix which is block diagonally dominant permits an exact

Vervolg 9

blockwise factorization. We have extended this to full block matrices and weakened the assumption to the case that the matrix is a block H-matrix.

An article about these results shall be typed shortly [8].

Besides this we have started the investigation of applying preconditioners based on incomplete blockwise factorizations to a simple form of the convection-diffusion equation in combination with the conjugate gradient method.

An article [9] with the "projectleider" on aspects of block factorizations for parallel and vector computers for M-matrices has also been finished and shall be typed shortly.

#### References

1. Axelsson O., A general in complete block-matrix factorization method, 1983, to appear in Linear Algebra & Appl.
2. Polman B., Preconditioning matrices based on incomplete blockwise factorizations, M.Sc. thesis, Nijmegen 1984.
3. Robert F., Blocs H-matrices et convergence des Methodes Iteratives Classiques par blocs, Linear Algebra & Appl. 2 (1969), pp 223-265.
4. Varga R.S., Saff E.B., Mehrmann V., Incomplete factorizations of matrices and connections with H-matrices, SIAM J. Num. Anal., 17 (1980), pp 787-793.
5. Manteuffel T.A., An incomplete factorization technique for positive definite linear systems, Math. Comp. 34 (1980), pp 473-497.
6. Varga R.S., Feingold D.G., Block diagonally dominant matrices and generalizations of the gershgorin circle theorem, Pacific J. Math., 12 (1962), pp 1241-1250.
7. Varah J.M., On the solution of block-tridiagonal systems arising from certain finite difference equations, Math. Comp. 26 (1972), pp 859-868.
8. Polman B., Incomplete blockwise factorizations of (block)H-matrices, in preparation.
9. Axelsson O. and Polman B., On approximate block factorizations for parallel and vector computers, in preparation.

#### Voortgang - Recapitulatie B.J.W. Polman (begindatum 1 dec. 1984)

##### A.1. Block-preconditionings, Ref. 1-7.

Analysis of preconditioned matrices for large sparse linear systems, in particular on block matrix form. Proofs of existence of factorizations for M and H-matrices. Inverse free factorizations. Analytical (for model problems) and practical (for more general type problems) verification of condition numbers, in particular for arbitrary bandwidths of block-diagonal matrix approximations.

##### A.2. Substructuring, Ref. 8-12.

Analysis of block-matrices for various substructuring techniques in particular for 3D problems. Order of condition numbers.

##### A.3. Convection-diffusion equations Ref. 13-17

Examination of properties of nonsymmetric matrices on block-form which arise with

- a) Artificial diffusion finite element methods
- b) Galerkin finite element (and central diff.)
- c) Streamline diffusion
- d) Defect-correction methods of various types.

Examination of convection-diffusion equations for various methods of separating the layers, such as in ref. A14,15, inclusive of some mesh-refinement techniques, such as graded meshes, for the calculation of layer corrections. (Note that the cost for a graded mesh for the computation of a correction (with the same order of accuracy) is not larger than for the smooth solution part). Parts of this subproject is planned to be undertaken in collaboration with S. Stevens.

Vervolg 9

**A.4. Acceleration methods. Ref. 18-24.**

General results for the rate of convergence of preconditioned iterative methods for symmetric and nonsymmetric systems, accelerated by generalized and truncated conjugate direction-type methods, in particular for the type of preconditioned matrices which occur in 3 but also for certain indefinite matrices (see 5). Much has been published on this in recent years and the study must begin with a literature study. Connections with the continued fraction type of cd-method and eigenvalue distributions shall be further analyzed.

**A.5. Systems of (nonlinear) pde's. Ref: see project B.**

Finite element (mixed variable) methods and iterative solution of  
a) Miscible displacement and similar equations like tectonic (geology)  
equations.

b) Semiconductor modelling equations.

c) Pde's with constraints such as Stokes and Navier-Stokes equations.  
d) Non-Newtonian fluid equations.

Parts of this subproject is planned to be undertaken in collaboration  
with a new researcher (project B).

**References Project A**

- A.1. R. Beauwens and M. BenBouzid, On block-OBV methods, Part 1, Commissariat aux energies nouvelles, Physique Théorique et Méthodes Numériques, Alger, 1983.
- A.2. O. Axelsson, A general incomplete block-matrix factorization method, Lin. Alg. Appl., to appear.
- A.3. O. Axelsson, Incomplete block matrix factorization preconditioning methods. The ultimate answer? J. Comp. Appl. Math., 12, 13 (1985), 3-18.
- A.4. O. Axelsson, A survey of preconditioned iterative methods for linear systems of algebraic equations, BIT 25 (1985).
- A.5. R. Kettler, Analysis and comparison of Relaxed schemes in robust multigrid and preconditioned conjugate gradient methods, in Multigrid Methods (eds. W. Hackbusch and U. Trottenberg), LNM 960, pp 502-543, Springer Verlag, 1982.
- A.6. G. Meurant, The block preconditioned conjugate gradient method on vector computers, BIT 24 (1984), pp 623-633.
- A.7. O. Axelsson, A vectorizable variant of a block incomplete factorization method, Proceedings of the VIth International Conference on the Numerical Solution of Fluid Flow Problems, Jan. 1984, The University of Texas at Austin, John Wiley and Sons, to appear.
- A.8. J.H. Bramble, J.E. Pasciak and A.H. Schultz; An iterative method for elliptic problems on regions partitioned into substructures, Cornell University, 1985.
- A.9. Papers by Dryja, Widlund, Grolub etc. on substructuring.
- A.10. Papers by the "French school" on substructuring.
- A.11. O. Axelsson, On inverse free factorization methods suitable for vector and parallel processor, Report 8431, Department of Mathematics, KUN, Nijmegen.
- A.12a. O. Axelsson and I. Gustafsson, On the use of preconditioned conjugate gradient methods for red-black ordered five-point difference schemes, J. Comp. Physics 35 (1980), 284-289.  
b. ibid, On the recursive use red-black reorderings for five-point difference schemes, in preparation.
- A.13. O. Axelsson and S. Stevens, A streamline diffusion defect-correction method for convection-diffusion problems, in preparation.
- A.14. O. Axelsson, On the numerical solution of convection dominated convection-diffusion problems, pp 3-21, in Mathematical Methods in Energy Research, (K.I. Gross, editor), SIAM, Philadelphia 1984.
- A.15. O. Axelsson and G.F. Carey, On the numerical solution of two-point singularly perturbed boundary value problems, Comp. Meth. Mech. Eng., to appear.

Vervolg 9

- A.16. O. Axelsson and B. Layton, Defect-correction methods for convection dominated convection-diffusion problems, submitted.
- A.17. Elman, H.G., A stability analysis of incomplete LU factorizations, YALE U/DC S/RR-365, 1985.
- A.18. Axelsson, O., Conjugate gradient type methods for unsymmetric and inconsistent systems of linear equations, Linear Algebra and its Applications 29 (1980), 1-16.
- A.19. Elman, H.C., Preconditioned conjugate gradient methods for nonsymmetric systems of linear equations, pp. 409-417 in Advances in Computer Methods for Partial differential equations IV, (R. Vichnevetsky and R.S. Stepleman, eds.), IMACS, 1981.
- A.20. Young, D.M. and K.C. Jea, Generalized conjugate gradient acceleration of nonsymmetrizable iterative methods, Lin. Alg. Applics, 34 (1980), 159-194.
- A.21. Saad, Y. and M.H. Schultz, GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, J.R. 254, Yale University., Department of Computer Science, 1983.
- A.22. Papers by Manteufel, by Eisenstat and by others on generalized conjugate gradient methods.
- A.23. O. Axelsson and G. Lindskog, On the eigenvalue distribution of a class of preconditioning methods, submitted.
- A.24. H. van der Vorst, Preconditioning by incomplete decompositions, proefschrift, Utrecht, 1982.

Voortgang Project B (New subproject, promotiedemedewerker J. Maubach)Numerical methods for the solution of non-linear partial differential equations.Abstract

Discretization methods and iterative methods for nonlinear partial differential equations of various types shall be examined. To this end, preconditioned fix-point methods, methods of Newton type and continuation (embedding) methods are studied.

BI. Origin of problems.

A variety of important problems arising in technical, economic and medical research can be formulated as non-linear partial differential equations. As examples we mention the sub- and transonic airfoil equations, the Navier-Stokes equations, coupled system of convection-diffusion equations modelling oil recovery problems, and inverse problems of free boundary value type, such as arises in biomechanics (tissue mechanics) and in porous dam problems.

Still more complicated problems occur for non-Newtonian materials such as in Rheology.

For the discretization of the equations various finite element methods for the primal variable, for a dual variable or for mixed variables have been applied, usually with success. Finite element methods are characterized by robustness and accurateness. However, there still exists problems which are not fully tackled yet.

A. Discretization methods for certain mixed variable pde's and for problems with free boundaries.

In the present study we shall not consider general aspects of mixed variable finite element methods but only those aspects which relate to the construction of effective solution methods for the resulting systems of nonlinear equations. For some references in this style, see ref B21, 22, 23, 7, 8.

The same considerations are valid for problems with discontinuous material coefficients where the elements can't be chosen to fit the lines of

Vervolg 9

discontinuity and for problems with free boundaries.

Various techniques of homogenization are very promising here. In B.7,8 for instance, it is proven that for the nonlinear diffusion problem  $\nabla \cdot a(x, u, \nabla u) \nabla u = f$ , the discretization proposed in B.7,8 results in a matrix of the form  $B M^{-1}(u, \nabla u) B^T U = F$ , where  $B$  is constant and rectangular ( $n \times m$ ,  $n < m$ ) and  $M$  is (essentially) diagonal. For such a nonlinear system, very efficient solution methods have been constructed by p.i. and by I. Gustafsson, converging in a few iterations. Every iteration step consists only of two Poisson solvers for a constant coefficient problem (and for the lowest order finite element method) while the residual can be updated cheaply.

In a standard finite element method one first constructs local finite element matrices by numerical integration and then assembles these to a global matrix, of order equal to the number of nodepoints for the unknown function  $u$  (excluding Dirichlet points). This process is very costly and must be repeated during each nonlinear iteration step for solving the nonlinear problem. With the new method the costs have been reduced by orders of magnitude. In addition the new method is more accurate for problems with discontinuous coefficients, if the discontinuity occurs in the interior of the elements. There are many important applications where this latter technique of homogenization is of great importance.

#### B. Solution of nonlinear algebraic equations in particular as arise by nonlinear pde's.

The application of finite difference or finite element methods for nonlinear pde's results in very large but sparse nonlinear algebraic equations. For the solution of these one can use various methods such as

1. Fixed-point (contraction mapping) methods.
2. Methods of Newton-type.
3. Continuation methods.

Among the difficulties and pitfalls which cause classical methods frequently to perform inefficiently or even fail are

- a. The lack of good starting points
- b. Slow convergence (at least before the quadratic convergence of a Newton method can occur)
- c. The lack of smoothness of the nonlinear mapping  $F(x) = 0$  or fixed-point mapping  $F(x) = x$ .

In recent years, some remedial techniques to overcome these difficulties have been devised:

- (i) Contraction mappings can be constructed for monotone operator problems and, by a proper choice of preconditioner, converge fast.
- (ii) Damped and inexact Newton-type methods and nonlinear conjugate gradient methods have been examined quite thoroughly.
- (iii) Various continuation (homotopy, imbedding) methods have been constructed.

##### (i) Fixed-point (contraction mapping)

For the computation of the fixed point  $x = F(x)$  of a monotone mapping  $F$ , a damped iterative method  $x^{(m+1)} = (1-\tau_m)x^{(m)} + \tau_m A^{-1} F(x^{(m)})$ ,  $m = 0, 1, \dots$ , can be applied. (This a special homotopy method but for monotone operators we can get global convergence by contraction mapping, whence the method is discussed first.) The method converges for any initial vector  $x^{(0)}$ , if only the positive parameter  $\tau_m$  is small enough, even if the preconditioner  $A_m$  is identity. However, to get a reasonably fast convergence,  $\tau_m$  should not be small. In ref. B.7,8 a new method (for nonlinear diffusion and potential flow equations) is developed whereby a certain effective preconditioning,  $\tau_m$  can be chosen close to 1 and the method converges in a few steps. See further discussion under A.

Vervolg 9

Research proposal: We want to prove that this method can be extended to some cases where  $F$  is not monotone such as for transonic airfoil equations and to nonlinear potential equations in 3D. We want also to further "tune" the method for nonlinear magnetic field problems (Philips-ISA).

The method is computationally and storagewise very efficient, because only a diagonal matrix need to be updated (hence no assembly is needed) and the preconditioner needs only the solution of a constant coefficient Poisson problem for piecewise linear finite elements, i.e. for the difference matrix. The method, developed by the p.i. and one of his former students has already been tested on some nonlinear problems with very much increased performance as compared to classical methods. It can also be used for free boundary value problems, moving boundaries etc.

#### (ii) Methods of Newton type (DIN-damped and inexact Newton)

For methods of Newton-type the problem with convergence is related to finding a sufficiently good initial vector. If this is found, the fast convergence (frequently quadratic) sets in. If we have not found such an initial vector, we have to use damping with a similar parameter  $\tau$  as by (i). However, usually a number of unproductive iterations must be performed before the fast convergence behavior begins. Hence, for reasons of efficiency, the linear systems for the Jacobian  $F'$ , or for an approximate Jacobian  $G$ , should not be solved exactly at every iteration step. Instead we shall use a monotonically decreasing parameter  $\rho_k$  and solve to satisfy  $\|G_k(x^{(k+1)} - x^{(k)}) + F(x^{(k)})\| \leq \rho_k$  for a correction  $x^{(k+1)} - x^{(k)}$ . Hence for the first iterations we need less computational effort than if we used the same small value of  $\rho_k$  for all steps. How to monitor the stopping criterion parameter  $\rho_k$  and  $\tau_k$  is discussed in ref. B.3,4,5,6. It is also presently a project for a "stage-medewerker" (student of the p.i.) of Philips-ISA, Eindhoven.

Also nonlinear preconditioned conjugate gradient methods have been applied on some problems of the above type (see ref. B.1,2,12,13,15,17 of the p.i. and coworkers).

Research proposal: It is the purpose to examine the above methods for various nonlinear pde's and, in particular, to find out to what extent the methods are applicable also in the non-elliptic regime (with the proper choice of  $G$  or preconditioner).

We shall also consider Quasi-Newton update methods for reasons of comparisons. It is well-known that there exists a close relation between certain quasi-Newton methods and the conjugate gradient method. (Recently a contact with Prof. J. Dennis at Rice Univ. has been initiated for the further research on this topic.)

Newton type methods can also be made more effective by use of multilevel continuation, i.e. solving the nonlinear equations on coarse to finer meshes  $\Omega_k$  and with an decreasing tolerance parameter  $\rho_k$ . Such continuation methods are further discussed below.

We want to examine theoretically and experimentally how to monitor and even tune the parameters involved in the methods for fastest and less expensive solution.

#### (iii) Continuation methods

The classical contraction principle is applicable for instance as in (i) if the operator is elliptic (elliptic Jacobian) and by a proper choice of preconditioner also for the slightly nonelliptic case. However, this principle is certainly not always applicable.

In the last decade or so homotopy continuation methods (Li, Smale etc.) have become popular. In the classical methods the homotopy parameter is

Vervolg 9-

varied monotonically such as  $x_i = \lambda_i F(x_i)$ ,  $\lambda_i = \tau/n$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . But when a critical point of the homotopy parameter is encountered the method must be started with a new vector. New continuation (homotopy) methods, however, can proceed beyond such points. Simplicial methods have become very popular in recent time but the computational complexity with them may be too high for large pde's problems. A somewhat different approach is offered by continuous Newton type embedding methods, such as  $A(u) \frac{\partial u}{\partial t} = F(u(t))$ , where  $A(u)$  is some approximation of the Jacobian of  $F$ . This ode is solved by use of some time-discretization and generalizes the discrete Newton-type method. Proof of global convergence can now often be extended beyond the elliptic case. A more versatile method is to solve an augmented system with one parameter such as the arclength or a more involved process such as by Moore. For solving these systems a predictor step (path step) is followed by a corrector step by a Newton method. This is similar to a method used by engineers since long (see e.g. Bergan, NTH). Actually, there is a close relationship with the implicit  $\theta$ -method analysed by the p.i. (ref. 10.a,b). Here the pde is first discretized in time. At each timestep we can use finite elements for the space discretization. Note now that for the next time-interval we can choose another space-discretization. This offers the possibility of using meshrefinements, both the h- and p-versions of finite element!, in an automatic way during the time-stepping. This method will be very interesting for reaction-diffusion problems for instance.

This method is similar, but more involved than that the likewise interesting method offered by continuation in the space-discretization parameter  $h$ . Some proofs of global convergence for certain types of nonlinear equations have appeared in ref. B.4,5. The methods used provide infact also a mean to prove existence of a solution to the continuous problem.

Hemker (ref. B.a) has successfully applied a similar method for the numerical solution of the stationary Euler equations.

Research proposal: For some problems it may be better to use a p-version (increasing of the degree of the basispolynomials) instead of the h-version. We may also combine such methods (ref. Babuska et al.).

- To what extent can global convergence be proven for non-elliptic cases and with what rate of convergence using various continuation methods.
- Can one manage with Jacobian free methods (such as in (i))?
- If we need an approximation of the Jacobian how should we "best" preserve sparsity (see proof A.)?
- How can one best practically refine the mesh (which norm should be used)?
- Which of several recently proposed methods are best for pde's to proceed beyond turning and bifurcation points.
- Make an analytical and experimental comparative study of some of the mentioned methods.

#### General and additional comments on Research Proposal (B)

- By the research we want to find out to what scales of indefiniteness and nonsymmetry (i.e. how large Machnumbers and Reynold numbers, for instance) can the theory and practice be extended. Also we expect to get better understanding of which type of methods are most suitable for what class of problems.
- In particular, which problems can we handle with a Jacobian free method (such as (i))
- If we have to use the Jacobian or a good approximation of it, how should we monitor the pseudo-timestepping and the stopping criterion (norm and accuracy) (Philips-ISA).

Vervolg 9

- . For nonlinear convection-diffusion problems we intend to study certain-defect-correction methods similar to those in subproject A3. A general idea also applicable by mixed finite elements, is to construct the correction operator from the lowest order consistent f.e. while the defect can be computed from higher order f.e. This idea, (ref. B.24) first presented by p.i. at the IFIP congress 1980 (ref. B.25) was also suggested by the p.i. to Mary F. Wheeler to be used for mixed f.e. methods, when he visited Rice University in Jan./Febr. 1983, on invitation. Mary Wheeler reported at the recent conference in Stockholm (honoring G. Dahlquist) that a gain in costs by "orders of magnitudes" was achieved by this method for oil recovery simulation problems. We shall continue to follow this line in this project and to prove more results for it. We also intend to start a joint work on these problems with Dick Ewing, Univ. of Laramie (probably the p.i. shall spend a sabbatical semester at Wyoming). With him we expect also to do some work on meshrefinement techniques for convection dominant convection-diffusion problems for instance.
- . Certain non-elliptic problems are of so called Friedrich positive type, for which certain finite element approximations offer an interesting alternative to classical methods. It is planned to investigate this further in collaboration with dr. B. Layton, Atlanta, and to compare the effectiveness with some of the above methods.

#### B.II. "Maatschappelijke relevantie".

##### Some important applications.

- . Nonlinear magnetic field equations (Philips-ISA) and potential equations (sub- and transonic; NLR) (ref. 0,1,7,8).
- . Semiconductor device modelling equations (ref. 4)
- . Nonlinear singularly perturbed convection-diffusion problems (ref. 11)
- . Mixed variable finite element methods for miscible displacement problems (ref. B.22) and for tectonic plate equations (de Braemaeker, Dep. of Geology, Rice Univ.)
- . Navier-Stokes equations (B."∞")
- . Non Newtonian fluid equations (ref. lit. on Rheology) arising by oil recovery problems for instance.
- . Some turning point and bifurcation problems (ref. LNM #953, Mittleman, Bank, Deuflhard etc.)
- . Nonlinear reaction-diffusion equations (numerous papers in Appl. and Num. Analysis).
- . Certain unknown coefficient and free boundary value problems (ref. Pavia school etc.)

It is not possible to consider all these problems in this project. It is more important that the general principles (global convergence of iteration and discretization errors) are illustrated well (analytically and experimentally) on a few examples, than that many examples are tackled. However, the list above, although not exclusive, gives an indication of the broad field of application of the methods only within the area of nonlinear pde's in technical applications. We feel it is important at this point to leave some freedom to the p.i. in choosing the problems to deal with. However, we intend to begin with the potential equation and to extend the method in references B.7.8 to the indefinite and to the 3.D (full body) potential equation. Presently there is much more interest in solving the Euler equations for airfoil problems. However, since there exists many codes using the potential formulation also for this type of problem, the application of more efficient potential equation solvers to also the airfoil equations should still be of interest. Possibly they may also be used for the Navier-Stokes equations as a subpart of the solution process.

Vervolg 9

Anyhow potential (diffusion) equations arise in magnetic field and heat transfer problems, for instance.

In general, the proposed research must be said to be of exceptionally large "maatschappelijke relevantie".

### B.III. References Project B.

- B.0. A.M. Winslow, Numerical solution of the quasilinear Poisson equation in a nonuniform triangle mesh, *J. Comp. Phys.* 2 (1967), 149-172.
- B.1. Axelsson, O., and U. Nävert, On a graphical package for nonlinear partial differential equation problems, *IFIP 77*, (B. Gilchrist, editor), North-Holland, 1977.
- B.2. Steihaug, I., The conjugate gradient method and trust region in large scale optimization, *SIAM J. Numer. Anal.* 20 (1983), 626-637.
- B.3. Staihaug, T., Quasi-Newton methods for large scale nonlinear problems, Ph.D. Dissertation, R.R. 49, School of Organization and Management, Yale Univ., New Haven, CT, 1980.
- B.4. R.E. Bank and D.J. Rose, Global approximate Newton Methods, *Numer. Math.* 37 (1981), 279-295.
- B.5. Axelsson, O., On global convergence of iterative methods, pp. 1-19 in Iterative solution of Nonlinear Systems of Equations, LNM #953, Springer-Verlag, 1982.
- B.6. Sieben, H. and P. Teeuwen, Newton-like methods for solving nonlinear equations in several variables, Ms. Thesis, Department of Mathematics, KUN, 1985.
- B.7. Axelsson, O. and I. Gustafsson, An efficient finite element method for nonlinear diffusion problems, submitted.
- B.8. Axelsson, O., A mixed variable finite element method for the efficient solution of nonlinear diffusion and potential flow equations, pp. 1-11, in ADVANCES IN MULTIGRID METHODS [Proceedings of the conference held in Oberwolfach, Dec. 1984], Notes in Numerical Fluid Mechanics, vol. 11 Vieweg-Verlag, 1985.
- B.9. P.W. Hemker and S.P. Spekreijse, Multigrid solution of the steady Euler equations, CWI Report NM-R8505, May 1985.
- B.10. a. O. Axelsson, Error estimates over infinite intervals of some discretizations of evolution equations, *BIT* 24(1984), 413-424.  
b. O. Axelsson, Stability and error estimates valid for infinite time for strongly monotone and "infinitely stiff" evolution equations.
- B.11. O. Axelsson and R. Masenge, On the numerical solution of nonlinear singularly-perturbed boundary value problems, in preparation.
- B.12. D.F. Shanno, Conjugate gradient methods with inexact searches, *Math. of Oper. Res.* 3(1978), 244-256.
- B.13. A.I. Cohen, Rate of convergence of several conjugate gradient algorithms, *SIAM J. Numer. Anal.* 9(1972), 248-259.
- B.14. V.Pták, What should be a rate of convergence? *R.A.I.R.O. Analyse Numérique*, 11, no 3 (1977), 178-286.
- B.15. T.F. Chan, and K.R. Jackson, Nonlinearly preconditioned Krylov subspace methods for discrete Newton algorithms, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 5(1984), 533-542.
- B.16. T.F. Chan, An approximate Newton method for coupled nonlinear systems, R.R.-300 Yale Univ., Dept. of Comp. Science, 1984.
- B.17. D.P. O'Leary, Conjugate gradient algorithms in the solution of optimization problems for nonlinear elliptic partial differential equations, *Computing* 22 (1979), 59-77.
- B.18. R. Saigal, Computational complexity of a piecewise linear homotopy algorithm, *Math. Progr.* 28 (1984), 184-173.
- B.19. O. Axelsson and I. Gustafsson, An iterative solver for a mixed variable formulation of the biharmonic problem, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 20 (1979), 9-16.

- Vervolg 9      B.20. R. Verfürth, Error estimates for a mixed finite element approximation for the Stokes equations, RAIRO, to appear.  
B.21. Numerous papers by the "French school" (inclusive of the Delft variant)  
B.22. R.E. Ewing and M.F. Wheeler, Galerkin methods for miscible displacement problems with point sources and sinks in Mathematical Methods in Energy Research SIAM 1984, and various other papers by the authors.  
B.23. O. Axelsson, Preconditioning of indefinite problems by Regularization, SIAM J. Numer. Anal. 16 (1979), 58-69.  
B.24. O. Axelsson, V.A. Barker, Finite element solutions of boundary value problems. Theory and Computation. Academic Press, Orlando 1984.  
B.25. O. Axelsson and I. Gustafsson, A preconditioned conjugate gradient method for finite element equations which is stable for rounding errors, In Information Processing 89 (S.H. Lavington, ed.) pp. 723-728, North-Holland Publ., Amsterdam.

B.IV. "Kredietwaardigheid":

a. Experience of the p.i. with ph.d. and M.S. students.

Dissertations under his guidance:

- 1976: Lennart Andersson, SSOR preconditioning of Toeplitz matrices, Chalmers University of Technology [University lecturer at the Tech. Univ. Luleå, Sweden]  
1977: A.L. Wolfbrandt, On Rosenbrock methods, Chalmers Univ. of Technology, [Scientific advisor ASEA AB, Research and Innovation.]  
1979: Ivar Gustafsson, Stability and rate of convergence of modified incomplete Cholesky factorization methods, Chalmers Univ. of Techn. [University lecturer of Chalmers Univ. of Technology]  
In addition guided two other students during a significant part of their promotion study, namely  
Fil.Dr. K.-E. Karlsson, promotion 1975, [presently at ASEA, Västerås, Sweden]  
Dr.Ir. U. Navert, promotion 1982 [presently at SAAB, Linköping, Sweden]

Afstudeerscripties (master of science thesis) in Nijmegen under his guidance:

1. 1980: Betsy van Dijk, A comparison of positive schemes and finite element schemes [Presently HAVO, Arnhem]
2. 1981: Paul van Loon, On numerical constrained optimization methods [Presently Ph.D. student THE]
3. 1981: Servais Stevens, The conjugate gradient method and some applications [Presently Ph.D. student Numerieke Wiskunde, KUN]
4. 1984: Sjaak Brinkkemper, Two classes of Preconditioning matrices [Presently Ph.D. student, Informatica, KUN]
5. 1984: Victor Eijkhout, Preconditioning by blockwise modified incomplete factorizations [Presently Ph.D. student Numerieke Wiskunde, KUN]
6. 1984: Ben Polman, Preconditioning matrices based on incomplete blockwise factorizations [Presently Ph.D. student, Numerieke Wiskunde, KUN]
7. 1985: Marijke Schoenmakers, Het oplossen van 1ste orde lineaire hyperbolische differentiaalvergelijkingen [Presently at Philips-Elcoma, Nijmegen]
8. 1985: Hein Sieben and Peter Teeuwen, Newton-like methods for solving nonlinear equations in several variables.

Students presently under his guidance:

Promotion: V. Eijkhout, B. Polman, S. Stevens.

Afstudeerscripties: M. Huysmans and J. Maubach.

Vervolg 9

In addition, presently two "stage-medewerkers" by NLR and by Philips-ISA. Four other students shall shortly begin their scriptie work.

b. Motivations for recommending J. Maubach for project B.

J. Maubach is in the upper 5% of his class. He is expected to finish his M.S. study in January 1986 with cum laude (with an average credit point 9/10). He has already taken part in some projects at the Numerical Analysis group under guidance of the p.i. He has shown an ability both to understand and further develop the theory (functional analysis) and to implement quite involved methods on the computer. He has taken all courses offered in Numerical Analysis and always put much effort into the computer exercises, and he has taken many courses in functional analysis mostly relevant for the project. Hence he has a very strong both theoretical and practical background.

	Wetenschappelijke informatie; vervolg	Dossiernummer:
10.	<p>A. 1986. Continuation of subproject part A3. Subprojects A2 and A4.</p> <p>1987-1988. Solution of mixed variable problems (indefinite systems) and applications for heat transfer and miscible displacement problems.</p> <p>Newton type and fixed-point methods for systems of nonlinear differential equations. Application on various nonlinear partial differential equation problems such as Navier-Stokes and semiconductor modelling equations.</p> <p>B. 1986. Extension of mixed variable f.e. method to non-elliptic potential equation problems and to pde in 3D and using fixed point methods. First study of Newton type methods.</p> <p>1987. Newton type methods and embedding methods by multilevel approach also combined with differential equation continuation.</p> <p>1988-1989. Other continuation type methods. Comparisons.</p>	
11.	<p>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</p> <p>B.J.W. Polman: All of project A, in particular analysis of various kinds of preconditioning methods and applications on specific problems and some research type software therefore.</p> <p>J.M.L. Maubach: Project B.</p> <p>S.A.M.J. Stevens: Some of the investigations related to the conjugate gradient methods and convection-diffusion problems.</p> <p>O. Axelsson: General guidance, theoretical aspects related to block preconditioned methods, generalized conjugate gradient methods, finite element methods for various problems and Newton and fixed-point methods.</p> <p>Buitenlandse bezoekers: As for O. Axelsson but for their respective specialities.</p>	
12.	<p>Hernieuwde aanvraag</p> <p>Vorig. doss.nr: 10-60-06</p>	
13.	<p>Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron</p> <p>Computergebruik KUN</p>	

## Dossiernummer:

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	1 (6)	-	-	-
	aangevraagd	1985	12	-	-	-
	toegekend	1985	12	-	-	-
	AANVRAAG	1986	23	-	p.m.	p.m.
	raming	1987	24	-	p.m.	p.m.
	raming	1988	23	-	p.m.	p.m.
	raming	1989	12	-	p.m.	p.m.
	raming	1990	1	-	p.m.	p.m.
15.	<b>a. Personeel</b>					
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum		
	B.J.W. Polman geb. 28.08.1960, ongehuwd, studie wiskunde begonnen in 1978. Kand.ex. W3 (KUN), 28.1.1982, doct.examen (cum laude) 1 nov. 1984. Afstudeerrichting Numerieke Wiskunde, bijvak functionaalanalyse en Besliskunde, afstudeerdocent prof.dr. A.O.H. Axelsson. Doctoraalscriptie op gebied Incomplete blok Factorisaties.	wet. medewerker	1 dec. 1984	1 december 1988		
	J.M.L. Maubach geb. 26.11.1962, ongehuwd, studie wiskunde begonnen in 1980. Doctoraalexamen (cum laude) te verwachten jan. 1986. Afstudeerrichting Numerieke Wiskunde, bijvak Functionaalanalyse, afstudeerdocent prof.dr. A.O.H. Axelsson. Doctoraalscriptie op gebied nietlineaire partiële differentiaalvergelijkingen.	wet. medewerker	1 febr. 1986	1 febr. 1990		
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>					
	2 weken per jaar, verwachte kosten f 3500,- tot f 4000,- per jaar. Prof.dr. V.P. Il'in, Comp. Centre, Novosibirsk, 2 weken. Prof.dr. S. Eisenstat, Yale Univ., New Haven, Conn., 2 weken. Prof.dr. J.U. de Bremaecker, Rice University, 2 weken. Prof.dr. D. Ewing, Univ. of Wyoming, Larannie, Wy., 2 weken Prof.dr. G.F. Carey, Univ. of Texas, Austin, TX, 2 weken. Prof.dr. D. O'Leary, Univ. of Maryland, College Park, Ma, 2 weken.					
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>					
	binnenland: 20 dagreizen à f35,- (landelijke seminaria en bezoeken) conferentie WGM Numerieke Wiskunde Congres Zeist f700,-. buitenland: congresbezoek en/of bezoeken aan buitenlandse instellingen.					
Ondertekening	Aanvrager(s):  O. Axelsson	<i>O. Axelsson</i>				
		Datum: 22 augustus 1985				

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<p><b>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b></p>		
			Dossiernummer: 10-60-10	
<b>1a.</b> <b>Aanvrager/ contactpersoon</b>	Naam: Th.J. Dekker Instelling: Univ. van Amsterdam Corr.adres: Math. Inst. UvA, Roetersstr.15, 1018 WB AMSTERDAM	Functie: Hoogleraar  <b>Telefoon:</b> 020-522 3279 020-522 2200 (seer.)		
<b>1b.</b> <b>Aanvrager(s)</b>	Naam: Th.J. Dekker Naam: H.A. v/d Vorst Naam:	Functie: Hoogleraar Functie: Hoogleraar Functie:	Instelling: UvA Instelling: THD Instelling:	
<b>2.</b> <b>Titel v.h. onderzoek</b>  <b>Title of project</b>	<p>NUMERIEKE ALGORITMEN VOOR SUPERCOMPUTERS</p> <p>NUMERICAL ALGORITHMS FOR SUPERCOMPUTERS</p>			
<b>3.</b> <b>Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd</b>	UvA: Subfac. Wiskunde, Vakgroep Informatica & Num. Wiskunde THD: Onderafd. Wiskunde & Informatica, Vakgroep Toegepaste Wiskunde			
<b>4.</b> <b>Samenvatting van de probleem- en doelstelling</b>	<p>De moderne ontwikkelingen op het gebied van computerarchitectuur maken een herwaardering van de bestaande numerieke algoritmen en het ontwerpen en evalueren van nieuwe algoritmen noodzakelijk. In dit project zal de aandacht worden geconcentreerd op het ontwikkelen van numerieke algoritmen voor supercomputers. In het bijzonder zal worden gewerkt aan directe technieken voor het oplossen van grote lineaire problemen met ijle matrices.</p>			
<b>Technical abstract</b>	<p>The modern developments in the area of computer architecture necessitate a reassessment of the existing numerical algorithms and the design and evaluation of new algorithms. In this project, attention will be focused on the development of numerical algorithms for supercomputers. In particular, it is planned to work on direct techniques for solving large linear problems with sparse matrices.</p>			
<b>5.</b> <b>Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek</b>	<b>Naam en titel(s)</b>	<b>afstudeerrichting/ specialisatie</b>	<b>ten laste van</b>	<b>uren/week in 1986 te besteden</b>
<b>Researchers involved in the project</b>	Prof.dr Th.J. Dekker Drs W. Hoffmann Prof.dr P.J. v/d Houwen Prof.dr H.A. v/d Vorst N.N. academicus	Num. wiskunde ,,, ," ,,, ," ,,, ," ,,, ," ,,, ,"	UvA UvA UvA THD ZWO	10 10 2 4 40
<b>6.</b> <b>Totale subsidie- periode</b>	<b>Duur:</b> 4 jaar	<b>Aanvang:</b> 1 januari 1986		
<b>7.</b> <b>Publikaties</b>	Artikelen in internationale wetenschappelijke tijdschriften, proefschriften, evt. bijdragen aan CWI monograph of tract.			
<b>8.</b> <b>Classificatie</b>	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1206, 1203 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 10 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Num. Wisk. d. 1980 Mathematics Subject Classification: 65-04, 65F, 65H15.			

**Wetenschappelijke informatie****Dossiernummer:** 10-60-10

2

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking in de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methode en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Zie bijlage

indien nodig op blz. 2a vervolgen

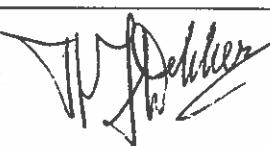
10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p><u>1986</u></p> <p>Literatuuronderzoek, klassificatie en modellering van machine-architecturen m.b.t. numerieke rekentechnieken, aanvang van experimenten, inventarisatie van directe technieken.</p> <p><u>1987</u></p> <p>Herformuleren van directe technieken en het construeren van geschikte varianten voor diverse machine-architecturen; verder uitvoeren van experimenten.</p> <p><u>1988 en 1989</u></p> <p>Verdere uitwerking en verslaggeving.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>Zelfstandig uitvoeren van het in deze aanvraag (zie 9.1) beschreven onderzoek volgens het in 10 gegeven werkplan; rapportage van de resultaten in wetenschappelijke artikelen en op conferenties.</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr: Niet van toepassing.
13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	Gebruik van de CYBER 205 en de lokaal beschikbare apparatuur zullen door de instellingen UvA en THD gefinancierd worden. Voor toegang tot de CRAY-1 is bij de Werkgroep Gebruik Supercomputers ZWO-subsidie aangevraagd en verkregen. Toegang tot overige apparatuur hopen wij via relaties te realiseren. I.h.b. hebben wij toegang verkregen tot een rekeninstallatie van het IBM Europe Center for Scientific and Engineering Computing te Rome. (zie 9.4).

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-60-10

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12	P.M.	---
	raming	1987	12	P.M.	---
	raming	1988	12	P.M.	---
	raming	1989	12	P.M.	---
	raming	1990			
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	a. Personeel				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	Naam ZWO-medewerker nog niet bekend te maken; een geschik-candidaat studeert binnenkort af.	wetenschappelijk assistent	1-1-1986	31-12-1989	
	b. Apparatuur				
	Voor gebruik van de CRAY-1 is ZWO-subsidie via de Werkgroep Gebruik Supercomputers aangevraagd en verkregen.				
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen				
	----				
	d. Reis- en overige kosten				
	Verwacht wordt dat de ZWO-medewerker circa tweemaal per jaar een buitenlandse reis zal moeten maken voor presentatie en uitwisseling van resultaten en voor het verrichten van testwerk elders.				
Ondertekening	Aanvrager(s):			Datum:	april 1985, herzien augustus 1985.

## BIJLAGE bij aanvraag ZWO - PROJECT

NUMERIEKE ALGORITMEN VOOR SUPERCOMPUTERS

van Th. J. DEKKER en H. A. VAN DER VORST

APRIL 1985, herzien AUGUSTUS 1985

===== ===== ===== ===== ===== ===== ===== ===== =====  
9. NADERE UITWERKING VAN DE PROBLEEM - EN DOELSTELLING9.1. Probleemstelling en doel van het project

Met de introductie van pipelined functional units is een nieuwe mogelijkheid geschapen voor verhoging van de rekensnelheid. De huidige supercomputers (CRAY, CYBER-205, FUJITSU FACOM en HITACHI-S) hebben hun architectuur rond dit principe opgebouwd. Het ziet er naar uit dat ook in de verdere toekomst, zeg tot minstens midden jaren negentig, deze pipelining als essentieel onderdeel aanwezig zal blijven, ook in systemen met meerdere processoren (parallel processing).

Deze pipelining wordt slechts dan optimaal uitgebuit als er een zo lang mogelijke continue stroom van operanden voor de betreffende functional unit beschikbaar is. Dit wordt geëffectueerd door middel van z.g. vector instructies. Met vectoriseren duidt men het proces aan waarbij een rekenschema zoveel mogelijk in termen van vector instructies wordt geschreven. Men kan er enerzijds naar streven om compilers te ontwerpen die in staat zijn om vectoriseerbare situaties zelf te onderkennen, anderzijds kan men er bij het ontwerpen van algoritmen naar streven om rekening te houden met mogelijke vectorisatie en parallelisering. Men kan beide benaderingen als elkaar aanvullend beschouwen en zeker niet als elkaar overbodig makend. Men moet er niet aan denken dat compilers zelf rekenschema's zouden gaan herformuleren, zeker niet als dit een gewijzigd afrondfouten patroon ten gevolge zou hebben, zonder dat de gebruiker daarvan op de hoogte is.

Voor het ontwerpen en aanpassen van algoritmen liggen er voor de Nederlandse numerici uitstekende mogelijkheden. Twee supercomputers staan reeds in Nederland opgesteld en het ziet er naar uit dat dit in de naaste toekomst nog uitgebreid zal gaan worden. Deze Nederlandse systemen zijn voor ons goed toegankelijk. Voor de numericus liggen hier ons inziens grote gebieden braak. Door het ontwerpen van goede en efficiënte algoritmen, zo geformuleerd dat machineafhankelijkheid in kleine modulen kan worden geconcentreerd, wordt krachtig meegewerk aan een zorgvuldig en efficient gebruik van deze nieuwe apparatuur, waardoor de mogelijkheden tot grensverleggend onderzoek door derden ook verruimd worden.

Nu ziet men helaas maar al te vaak dat vele supercomputergebruikers' lukraak aan het vectoriseren van hun software slaan, waarbij niet zelden de betrouwbaarheid van algoritmen geweld wordt aangedaan, om maar een zo hoog mogelijke rekensnelheid te halen (essentieel voor veel toepassingen). Denk hierbij bijvoorbeeld aan het vermijden van (partial) pivoting bij het oplossen van grote lineaire stelsels(!).

Bovendien is veel van deze vectoriseer inspanning zo eenzijdig gericht op een specifieke architectuur, dat men moet vrezen dat de

hiervoor betaalde prijs op de lange duur veel te hoog uitvalt.

Dongarra e.a.[3] hebben laten zien dat het heel wel mogelijk is basis operaties te definieren van een dusdanige omvang, dat efficiënte implementatie op uiteenlopende architecturen (vector zowel als parallel) mogelijk is. Deze basis operaties zijn evenwel dusdanig elementair dat veel algoritmen uit de lineaire algebra hierin te formuleren zijn.

Wij willen ons in het door ons voorgestelde onderzoek richten op het herformuleren en ontwerpen van meer gecompliceerde lineaire algebra algoritmen, waarbij geschikte nieuwe basis operaties gedefinieerd zullen moeten worden. Hierbij zal ook rekening gehouden moeten worden met problemen t. a. v. efficient geheugengebruik (virtueel geheugen, shared memory, virtual I/O, etc.).

Als doel van dit onderzoek stellen wij het ontwikkelen van directe technieken voor het oplossen van problemen uit de numerieke algebra met ijle matrices. Dit betreft in het bijzonder het oplossen van lineaire stelsels en kleinste-kwadraten problemen en eigenwaarde en singuliere-waarde problemen.

Onze keuze dit project te richten op directe technieken voor ijle matrices ligt in het verlengde van een deel van het onderzoek dat reeds aan de UvA en de THD wordt verricht. Aan de UvA wordt nl. onderzoek verricht voor het ontwikkelen van algoritmen voor volle matrices (Hoffmann) en aan de THD onderzoek op het gebied van iteratieve methoden voor ijle matrices (Van der Vorst).

Directe technieken die in dit project aan de orde zullen komen zijn met name Gauss eliminatie (LU-ontbinding), QR-decompositie, orthogonale gelijkvormigheidstransformatie en bidiagonalisatie, alle gericht op ijle matrices (George & Heath [43, 44], Liu 1984), alsmede algoritmen voor kleine bandmatrices, i.n.b. tridiagonale matrices, zoals cyclic reduction en recursive doubling (Buzbee & Golub & Nielson 1970, Heller 1976, Dubois & Rodrigue 1976). Bij deze technieken spelen stabiliteitsaspecten een rol.

Bij dit ontwerpproces zal het daadwerkelijk testwerk (het aansluiten bij de praktijk) worden verricht op de momenteel beschikbare supercomputers CRAY-1 en CYBER 205, en enige lokaal beschikbare parallele systemen (zie 9.4). Er zal evenwel ook rekening gehouden worden met te verwachten en reeds aangekondigde ontwikkelingen naar nog weer snellere systemen met b.v. meerdere processoren (denk aan de FPS-164, de CRAY X-MP en de CRAY-2/3).

Het ligt niet in de bedoeling in dit project software te ontwikkelen. Wel zal gelet worden op praktische toepasbaarheid van de ontwikkelde technieken, zodat ze als uitgangspunt kunnen dienen voor het ontwikkelen van software door derden, i.h.b. CWI, waar numerieke programmatuur wordt ontwikkeld in het kader van het Informatica Stimulerings Plan, en NAG.

#### 9.2. Historische achtergronden van het onderzoek.

We moeten beginnen met op te merken dat dit onderzoek nog nauwelijks enige traditie kent, want hoewel supercomputers reeds sinds het midden van de jaren 70 beschikbaar zijn, heeft de numeriek wiskundige wereld toch pas laat de specifieke mogelijkheden en eisen van deze nieuwe ontwikkelingen onderkend. Te lang heeft men gedacht dat het hier problemen van slechts tijdelijke aard betrof.

Het onderzoek naar efficiënte algoritmen bleef in eerste

instantie dan ook beperkt tot slechts een handvol centra: Argonne, Livermore, Los Alamos, NCAR, ECMWF, University of Illinois en meer recentelijk Harwell zijn wel de voornaamste. Dit heeft geleid tot pionierswerk van o.m. Rodriguez e.a. [6,11,16,19,20], Sameh en Kuck [22,23,24], Kershaw [13], Duff en Reid [7,8] en Dongarra e.a.[1,2,3,4,5] geconcentreerd rond een specifieke computer en heeft vooralsnog nog niet geleid tot algemeen aanvaarde standaardmethoden. Vooral Dongarra e.a. [3] hebben zich bijverd met een diepgaander onderzoek naar basisoperaties waarmee machine-afhankelijkheid tot kleine modulen zou kunnen worden teruggedrongen (te vergelijken met de z.g. BLAS routines van Lawson e.a. [29]).

Sedert 1980 werd ook in Nederland praktisch gericht onderzoek naar vectoriseerbaarheid van algoritmen verricht door Van der Vorst [25,26,27,28].

Het huidige onderzoek elders is voornamelijk gericht op het zoveel mogelijk vectoriseren van bekende software uit LINPACK, EISPACK, IMSL en NAG [33, 34, 35, 36] en niet zozeer op het stelselmatig ontwikkelen van rekentechnieken die geschikt zijn voor nieuwe architecturen, waarin ons project tracht te voorzien.

### 9.3. Inpassing in het onderzoek van de betrokken vakgroepen

#### a. Universiteit van Amsterdam

In de Vakgroep Informatica en Numerieke Wiskunde, van de Subfaculteit der Wiskunde, is het onderzoek in de numerieke wiskunde gericht op de onderwerpen numerieke algebra, meerdimensionale approximatie en (in samenwerking met het CWI) differentiaal - en integraalvergelijkingen en implementatie van numerieke algoritmen.

Het onderzoek op het gebied van numerieke algebra is sinds 1984 gericht op het oplossen van lineaire stelsels en singuliere-waardenontbinding op vectorcomputers, i.h.b. de CYBER 205 (Dekker, Hoffmann [37], P. P. M. de Rijk).

Op het gebied van meerdimensionale approximatie is een software pakket ontwikkeld voor approximatie op een bol, een probleemstelling uit de Medische Fysica (Gmelig Meyling & Pfluger [38,39]). Bovendien worden op dit gebied de theorieën van Schumaker [41] en van Dahmen & Micchelli [42] uitgewerkt en algoritmen hiervoor ontwikkeld (Gmelig Meyling [40]). Deze leiden veelal tot grote ijle lineaire kleinste-kwadratenproblemen met of zonder lineaire neenvoorwaarden. In een scriptie onderzoek (J. J. Peereboom) zijn hiervoor experimenten uitgevoerd m.b.v. een algoritme van George & Heath [43] en een uitbreiding hiervan voor het reduceren van een constrained naar een unconstrained probleem volgens Heath [44].

In samenwerking met het CWI vindt onderzoek plaats op het gebied van differentiaal - en integraalvergelijkingen (Van der Houwen) en implementatie van numerieke algoritmen in PASCAL en in ADA (Dekker, Van der Houwen en CWI - medewerkers, o.a. J. Kok, P. W. Hemker en D. T. Winter). Dit onderzoek leidt o.a. tot stageverslagen of scripties van studenten.

Internationale contacten worden onderhouden in de ADA Europe Numerics Working group (Dekker, Kok, Winter) en in de IFIP Working group 2.5 on Numerical software (Dekker).

De Vakgroep Informatica van de Faculteit der Wiskunde en Natuurwetenschappen, waar Dekker voor een deel van zijn werktijd is gedetacheerd, heeft een onderzoekswaartepunt op het gebied van real-time systemen en multiprocesing onder leiding van Prof. dr L. O. Hertzberger. In dit kader vindt onderzoek plaats in Multiple

Instruction Multiple Data stream (MIMD) systemen, in Robotica en Computer Integrated Manufacturing, alsmede in beeldverwerking en computer graphics. Dit onderzoek wordt deels gefinancierd door ZWO, STW en ESPRIT. Hierbij ontstaat een groeiende behoefte aan parallelle numerieke algoritmen geschikt voor multiprocessing en real-time toepassingen.

b. Technische Hogeschool Delft

Het op ijle matrices gerichte onderzoek (TH-DELFT) betreft in eerste instantie onderzoek aan iteratieve methoden voor het oplossen van grote ijle lineaire stelsels (symmetrisch zowel als niet-symmetrisch). Contacten worden onderhouden met prof. D.M. Young te Austin, TX (die met zijn groep het iteratieve solvers pakket ITPACK [15] opzet), dr G. Meurant (preconditioned conjugate gradients voor o. a. CRAY X-MP [17, 18], de groep in Yale (Eisenstat e.a.), Harwell [14], e.a..

Het werk zal kunnen aansluiten op het z.g. ISNaS project, dat naar alle waarschijnlijkheid uitgevoerd zal gaan worden door een aantal Nederlandse instituten i.s.m. TH-Delft en TH-Twente (Prof. Van der Vorst zal als werkpakket manager bij dit project optreden).

Voor meer theoretisch gericht onderzoek op het gebied van parallelle processoren wordt nauw contact onderhouden met het VF-project "Parallelle Algoritmiek" (aanvrager prof. dr ir L. Dekker, TH Delft, Prof. Van der Vorst behoort tot de stuurgroep van dit project).

Tenslotte wordt ook nog gewerkt aan ijle symmetrische eigenwaarde problemen (Lanczos-methoden) en aan lineaire stelsels van de algemene vorm  $f(A)x=b$ , A symmetrisch en f analytisch. Voor grote ijle A zijn voor dit laatste probleem reeds bemoedigende resultaten verkregen met behulp van een CRAY X-MP. Het z.g. Lanczos onderzoek zal goed kunnen profiteren van het bovengenoemde onderzoek aan de UvA, met name voor wat betreft de behandeling van het gereduceerde tridiagonale stelsel dat bij de Lanczos-methode optreedt.

9.4. Methoden en Apparatuur

De methoden in dit project bestaan uit literatuuronderzoek, het klassificeren en modelleren van machine architecturen m.b.t. numerieke rekentechnieken, het ontwerpen van algoritmen en het verrichten van experimenten voor verschillende computer architecturen.

De te gebruiken apparatuur is in de eerste plaats de in Nederland beschikbare CYBER 205 en CRAY-1, en lokaal beschikbare apparatuur zoals het MIMD testbed systeem (UvA) en de Delft Parallel Processor (THD). Bovendien hebben wij toegang tot de rekeninstallatie van het IBM Europe Center for Scientific and Engineering Computing te Rome, bestaande uit een IBM 4381 host computer met 10 FPS-164 array processoren.

9.5. Literatuur

1. S.C.Chen, J.J.Dongarra and C.C.Chung, Multiprocessing Linear Algebra Algorithms on the CRAY X-MP-2: Experiences with Small Granularity, Techn. Mem. No.24, Argonne National Lab., 1984
2. J.J.Dongarra and R.E.Hiromoto, A Collection of Parallel Linear Equations Routines for the Denelcor HEP, Report ANL/MCS-TM-15, Argonne National Lab., 1983
3. J.J.Dongarra, J.DuCroz, S.Hammarling and R.J.Hanson, A

- Proposal for an Extended Set of Fortran Basic Linear Algebra Subprograms, Tech.Mem. No. 41, Argonne National Lab., 1984
4. J.J.Dongarra, F.G.Gustavson and A.Karps, Implementing Linear Algebra Algorithms for Dense Matrices on a Vector Pipeline Machine, SIAM Review, 26(1), 1984, pp.91-112
  5. J.J.Dongarra and A.Sameh, On Some Parallel Banded System Solvers, Techn.Mem. No.27, Argonne National Lab., 1984
  6. P.F.Dubois, A.Greenbaum and G.H.Rodrigue, Approximating the Inverse of a Matrix for Use in Iterative Algorithms on Vector Processors, Computing 22, 1979, pp.257-268
  7. I.S.Duff, The Solution of Sparse Linear Equations on the CRAY-1, Harwell Report CSS 125, Harwell, 1983
  8. I.S.Duff and J.K.Reid, Experience of Sparse Matrix Codes on the CRAY-1 Computer Physics Comm. 26, 1982, pp.293-302
  9. D.J.Evans, New Parallel Algorithms in Linear Algebra, in: A.Bossavit,ed., Calcul Vectoriel et Parallelle, Actes du Colloque, 17-18 Mars 1983, Paris, EDF Serie C,1, 1983
  10. K.Fong and T.L.Jordan, Some Linear Algebraic Algorithms and Their Performance on CRAY-1, Report UC-32, Los Alamos Scientific Lab., 1977
  11. A.Greenbaum and G.Rodrigue, The Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method for the STAR (5-point operator), Report UCID-17574, Lawrence Livermore Lab., 1977
  12. T.L.Jordan, A Guide to Parallel Computation and Some CRAY-1 Experiences, in: G.Rodrigue, ed., Parallel Computations, Academic Press, New York, 1982
  13. D.S.Kershaw, The Solution of Single Linear Tridiagonal Systems and Vectorisation of the ICCG algorithm on the CRAY-1, Report UCID-19085, Lawrence Livermore Lab., 1981
  14. J.R.Kightley and I.P.Jones, A Comparison of Conjugate Gradient Preconditionings for Three-dimensional Problems on the CRAY-1, Harwell- Report CSS 162, Harwell, 1984
  15. D.R.Kincaid, T.C.Oppe, J.R.Respass and D.M.Young, ITPACKV 2C User's Guide, Report CNA-191, Austin, 1984
  16. N.K.Madsen, G.H.Rodrigue and J.I.Karush, Matrix Multiplication by Diagonals on a Vector/Parallel Processor, Inf.Proc.Letters 5(2), 1976, pp. 41-45
  17. G.Meurant, Numerical Experiments for the Preconditioned Conjugate Gradient Method on the CRAY X-MP/2, Report LBL-18023, University of California at Berkeley, 1984
  18. G. Meurant, The Block Preconditioned Conjugate Gradient Method on Vector Computers, BIT, 1984
  19. G. Rodriguez and D. Wolitzer, Incomplete Block Cyclic Reduction, Proc. of the 2-nd IMACS Intern.Symp. on Parallel Computation, Newark, Delaware, 1981
  20. G. Rodriguez and D. Wolitzer, Preconditioning by incomplete block cyclic Reduction, Report UCID-19502, Lawrence Livermore Lab., 1982
  21. Y.Saad and A.Sameh, Iterative Methods for the Solution of Elliptic Difference Equations on Multiprocessors, Report, University of Illinois, 1980
  22. A. Sameh, Numerical Parallel Algorithms - a Survey, in: D.Kuck, D.Lawrie and A.Sameh, eds., High Speed Computer and Algorithm Organization, Academic Press, New York, 1977
  23. A. Sameh, An Overview of Parallel Algorithms in Numerical Linear Algebra, in: A.Bossavit, ed., Calcul Vectoriel et Parallelle, Actes du Colloque, 17-18 Mars 1983, Paris, EDF, Serie C,1, 1983
  24. A. Sameh and D. Kuck, A Parallel QR-Algorithm for Symmetric tridiagonal Matrices, IEEE Trans. Comp. C-26, 1977, pp.147-153
  25. H. A. van der Vorst, A Vectorizable Variant of Some ICCG

- Methofds, SIAM J.Sci.Stat.Comp. 3(3), 1982, pp.86-92
26. H. A. van der Vorst, comparative Performance Tests of FORTRAN Codes on the CRAY-1 and CYBER 205, in: J.K.Lenstra and J.van Leeuwen, eds., Parallel Algorithms, MC-TRACT, (to appear)
27. H. A. van der Vorst, The Performance of FORTRAN Implementations for Pre-conditioned Conjugate Gradients on Vector Computers, Report TH-Delft, (to appear)
28. H. A. van der Vorst and J.M.van Kats, Comparative Performance Tests on the CRAY-1 and the CYBER 205, ACCU-Report TR-15, Utrecht, 1983
29. C.L.Lawson, R.J.Hanson, D.R.Kincaid and F.T.Krogh, Basic Linear Algebra Subprograms for Fortran Usage, TOMS 5(3), 1979, pp.308-323
30. T. J. Dekker, ALGOL 60 procedures in Numerical Algebra, Part 1, MC TRACT 22, 1968, MC Amsterdam
31. T. J. Dekker and W. Hoffmann, ALGOL 60 Procedures in Numerical Algebra, Part 2, MC TRACT 23, 1968, MC Amsterdam
32. P. W. Hemker, ed., NUMAL - Numerical Procedures in ALGOL 60 , MC SYLLABUS 47.1, 1981, MC Amsterdam
33. B.T.Smith, J.M.Boyle, J.J.Dongarra, et al., Matrix Eigensystem Routines - EISPACK Guide, Springer Verlag, Berlin, etc., 1976
34. J.J.Dongarra, C.B.Moler, J.R.Bunch and G.W.Stewart, LINPACK User's Guide, SIAM, Philadelphia, 1979
35. NAG Library Manual, Mark 9, 10, 11, Numerical Algorithms Group, Oxford, 1982
36. IMSL Library Manual, Edition 9, IMSL, Houston, 1982
37. W. Hoffmann, Gaussian elimination algorithms on a vector computer; UvA Dept of Mathematics, Rep. 85-10
38. R. H. J. Gmeling Meyling, Least-squares B-spline surface reconstruction in tomography; CWI Syllabus 4 (vol. 1), Math. Centre 1984, pp. 215-236
39. R. H. J. Gmeling Meyling and P. R. Pfluger, B-spline approximation of a closed surface; UvA Dept of Mathematics, Rep. 84-16 (to appear in IMA J Num. An.)
40. R. H. J. Gmeling Meyling, An algorithm for constructing configurations of knots for bivariate B-splines; UvA Dept of Mathematics, Rep. 85-06
41. L. L. Schumaker, Bounds on the dimension of spaces of multivariate piecewise polynomials; Rocky Mt. J. 14, 1983, pp. 251-264
42. W. Dahmen & C. A. Micchelli, Recent progress in multivariate splines; in Approximation theory IV, C. K. Chui, L. L. Schumaker & J. D. Ward, eds, Academic Press, 1983, pp. 27-121
43. A. George & M. T. Heath, Solution of sparse linear least squares problems using Givens rotations; Lin Alg Appl 34, 1980 pp. 69 - 83.
44. M. T. Heath, Some extensions of an algorithm for sparse linear least squares problems; SIAM J Sci Stat Comp 3, 1982, pp. 223 - 237

===== ===== ===== ===== =====

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<b>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b>		
		Dossiernummer: 10-60-11		
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: R.M.M. Mattheij Instelling: Math. Inst., Kath. Universiteit Corr.adres: Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen.	Functie: wetensch. hoofdmedew.		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Numerieke Methoden voor niet-lineaire randwaarde problemen  Numerical Methods for non-linear boundary value problems			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, Kath. Universiteit Nijmegen			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Het project beoogt randwaarde problemen van niet-lineaire gewone differentiaalvergelijkingen te bestuderen en numeriek op te lossen, in die gevallen waar bestaande methoden problemen geven. Er zal onderzocht worden hoe roosterverfijnings technieken en Newton-achtige methoden verbeterd kunnen worden teneinde meer robuustheid en grotere efficiëntie te verkrijgen.			
Technical abstract	The project intends to study and numerically solve boundary value problems of nonlinear ordinary differential equations, in cases where existing methods face problems. It will be investigated how grid-refinement techniques and Newton-like methods can be improved in order to enhance robustness and efficiency.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Dr. R.M.M. Mattheij Prof. M.D. Smooke promovendus Prof.dr. A. van der Sluis Prof.dr. G.W. Veltkamp	aftudeerrichting/ specialisatie  Numerieke Analyse Numerical Analysis Numerieke Analyse Numerieke Analyse Numerieke Analyse	ten laste van  KUN Yale ZWO RUU THE	uren/week in 1986 te besteden  16 4 40 .. ..
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: in de loop van '86, zo mogelijk 1 januari		
7. Publikaties	Instituutsrapporten, artikelen in vakbladen, dissertatie.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P 170 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Numerieke Wiskunde d. 1980 Mathematics Subject Classification: 65L10			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Description of the project, problemsetting and objectives9.1. Introduction to the research proposed

Many processes in science and technology can be described by differential equations, controlled by certain boundary conditions, together constituting a boundary value problem, BVP. Sometimes such processes can be modelled as a nonlinear parabolic initial-boundary value problem. By discretizing the space variable(s) first ("longitudinal method of lines") one turns the problem into an initial value problem. This may cause great difficulties in changing the grid each time step (which is often needed). A more versatile approach is to discretize the time variable first ("transversal method of lines"), which results in a boundary value problem. Such a BVP also naturally arises from a steady state (i.e. a stable stationary case). The study of BVP has received more attention in recent years, as is demonstrated by the steady flow of papers and books and the development of portable software (see references). Still, many important real life problems are not well understood and - even more often - numerical algorithms fail to give appropriate answers, if at all. Such problems may arise in solid mechanics and heat and mass transfer; typically they often give rise to solutions that exhibit rapid variation over small spatial domains. For example, the temperature of a premixed laminar flame several centimeters in length can rise two thousand degrees in only one or two millimeters [26]. Problems of this type are said to exhibit regions of high spatial activity (sharp peaks and steep fronts). For reasons of accuracy it is important to resolve these high activity domains; from the point of view of efficiency, however, we should only concentrate an (adaptively found) denser grid in such activity regions. Another source of serious difficulties is the nonlinearity of the vector field, which necessitates the use of such methods as Newton iteration [6,13,14]. The question here is how to achieve (numerically!) global convergence as well as to develop stable and efficient methods for solving the variational equations.

9.2. More specific problemsetting and objectives

In studying BVP the following aspects are important

- The conditioning, that is the sensitivity of the solution with respect to small changes in the system [10,11,15]. Quite often more choices for the boundary conditions are available, although not all lead to well-conditioned problems. Related to the conditioning is the scaling of the (continuous or discrete) problem, cf. [11].
- The accuracy with respect to the discretization method used. Collocation and finite difference methods utilize estimates of local errors for grid finding, only after solving a global problem, whereas initial value type methods, like multiple shooting, utilize adaptive integrators while marching through the interval.
- The global system solver. There are several ways to employ Newton's method. An important ingredient is the use and evaluation of the Jacobians. Special (sparse) solvers may use condensation or compactification cf [18].

indien nodig op blz. 2a vervolgen

vervolg 9.

- The nonlinearity of the vectorfield. High activity of this vectorfield does not necessarily correspond to high spatial activity of the solution. This may interfere with error control interests. Even if this is not the case, it may cause serious problems for the global convergence.

The principal objective of the proposed research is to analyze nonlinear problems with respect to the afore-mentioned aspects. For difference methods, with a coarse mesh, it is often observed that Newton converges relatively "fast", whereas a rapid refinement causes the iteration to diverge cf.[28]. Classically, one should then use damping [6] or a Levinberg-Marquardt algorithm [14]. We plan to develop and analyze alternative ways which should be useful for finite difference methods and multiple shooting alike. They are inspired by the evolutionary character of combustion problems [4,9,27], viz. time-stepping. Essentially, the nonlinear two-point boundary value problem is converted into a nonlinear mixed initial-boundary value problem. This is accomplished by appending the term  $\frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$  to the governing equation. The timelike continuation of the numerical solution produces an iteration strategy that will, in general, be less sensitive to the initial starting estimate than if Newton's method were applied to the original "steady-state" equation directly. The goal in such procedures is to start from a smooth initial profile and ultimately obtain the highly nonuniform solution profile.

#### 9.3. Scientific relevance

The proposed research deals with a timely subject, the relevance of which is not only to produce valuable tools for some real life problems but, more generally, to gain new insights and to develop numerical methods for BVP as such. Evidence of this is given by cooperation with many colleagues throughout the world and more in particular with mechanical engineers and numerical analysts at Yale University. There exists a long expertise with regard to linear and mildly nonlinear BVP, many ideas of which can fruitfully be used in the project.

It is worth noting that we have found, while writing a book on BVP [1], that both the theory about mesh selection and about solving resulting nonlinear systems, is not yet fully developed indeed.

#### 9.4. Relationship to the research at the institute

The research of the principal investigator on BVP started at the Mathematisch Instituut at Utrecht as part of his Ph.D. work (advisor: A. van der Sluis) in 1977. From this early work on decoupling of BVP of discrete problems some fundamental papers emanated after moving to his present department at Nijmegen. The research has gradually grown via detailed study of multiple shooting techniques and linear problems to (mildly) nonlinear BVP and partial differential equations. This research has an established record as is shown by reports, papers and invited conference addresses. The present project is a natural continuation to more difficult nonlinear problems; the versatility of it is also supported by numerous visits by colleagues, who are knowledgeable in the field as well as by invitations to visit foreign institutions.

#### 9.5. Relationship to research done elsewhere

Numerical research on BVP is carried out at several places in the world. We have a more formal cooperation with colleagues at Yale (NATO grant with M. Schultz and grants with M. Smooke from DOE and AFOSR pending) on the same subject as this proposal, though with a more specific emphasis on combustion applications. We also mention cooperation with R.E. O'Malley Jr. (RPI, Troy, NY) on singular perturbation aspects (stiffness), F. de Hoog (CSIRO, Canberra) on conditioning, dichotomy and saling, R. England (UNAM, Mexico) on multiple

## blad 2c

vervolg 9

shooting algorithms and more specifically dichotomic integrators, G. Söderlind (KTH, Stockholm) on stability and decoupling of ODE, W. Layton (Georgia Tech., Atlanta) on long term stability and "pathfinders", U. Ascher (UBC, Vancouver) on singularly perturbed BVP, R.D. Russell (Un. New Mexico, Albuquerque) on conditioning and global errors of BVP and I. Babuska (Un. Maryland, College Park) on multiple shooting for nonlinear problems.

We are also in touch with colleagues at other places like Manchester (libraries), Heidelberg, Munich (optimal control, large chemical systems), Pasadena, Jena, Dallas (bifurcation) etc. Usually their BVP research is more problem-oriented, whereas ours is intended to be of a more general nature.

9.6. References

- [1] U. Ascher, R.M.M. Mattheij, R.D. Russell, Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations, Prentice Hall, 1986.
- [2] U. Ascher, R.D. Russell (eds.). Proceedings of a Workshop on numerical BVP ODE, Birkhäuser, 1985.
- [3] U. Ascher, J. Christiansen, R.D. Russel, COLSYS- a Collocation Code for Boundary Value Problems, in [5].
- [4] T.P. Coffee, J.M. Heimerl, Transport Algorithms for Premixed Laminar, Steady State Flames, Comb. Flame 43 (1981), p.273.
- [5] B. Childs et.al. (eds.). Proceedings of the conference for Working Codes for Boundary Value Problems in ODE's, Springer, New York (1979).
- [6] P. Deuflhardt, A modified Newton Method for the Solution of Ill-Conditioned Systems of Nonlinear Equations with Application to Multiple Shooting, Numer. Math. 22 (1974), 289-315.
- [7] R. England, R.M.M. Mattheij, Boundary value problems and dichotomic stability, report 8356, Dept. Math., Cath. Univ. Nijmegen (1983), submitted.
- [8] R. England, R.M.M. Mattheij, Discretizations with Dichotomic Stability for Two Point BVP's, in [2].
- [9] W.A. Hahn, Y.O. Wendt, T.J. Tyson, Analysis of the Flat Laminar Opposed Jet Diffusion Flame with Finite Rate Detailed Chemical Kinetics, Comb. Sci. and Tech. 27 (1981), p.1.
- [10] F.R. de Hoog, R.M.M. Mattheij, On dichotomy and well-conditioning in BVP, report 8355, Dept. Math., Cath. Univ. Nijmegen (1983), submitted.
- [11] F.R. de Hoog, R.M.M. Mattheij, The role of conditioning in shooting techniques, in [2].
- [12] J. Kautsky, N.K. Nichols, Equidistributing Meshes with Constraints, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 1 (1980), 499-511.
- [13] H.B. Keller, Numerical solution of two point boundary value problems, SIAM regional conference series 24, Philadelphia, 1976.
- [14] D.W. Marquardt, An algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear parameters, J. Soc. Indust. Appl. Math., 11 (1963), 431-441.
- [15] R.M.M. Mattheij, The conditioning of Linear Boundary Value Problems, SIAM J. Numer. Anal. 19 (1982), 963-978.
- [16] R.M.M. Mattheij, The Stability of LU-Decompositions of Block Tridiagonal Matrices, Bull. Aust. Math. Soc. 29 (1984), 177-205.
- [17] R.M.M. Mattheij, Stability of Block LU-Decompositions of Matrices Arising from BVP, SIAM J. Alg. Disc. Meth. 5 (1984), 314-331.
- [18] R.M.M. Mattheij, Decoupling and Stability of Algorithms for Boundary Value Problems, SIAM Review 27 (1985), no. 1.

vervolg 9

- [19] R.M.M. Mattheij, R.E. O'Malley Jr., On Solving BVP for Multi Scale Systems Using Asymptotic Approximations and Multiple Shooting, BIT 24 (1984).
- [20] R.M.M. Mattheij, M.D. Smooke, Estimates for the Inverse of Tridiagonal Matrices Arising in Boundary Value Problems, Lin. Alg. and its Applics (1985).
- [21] R.M.M. Mattheij, G.W.M. Staarink, On Optimal Shooting Intervals, Math. Comp. 42 (1984), 25-40.
- [22] R.M.M. Mattheij, G.W.M. Staarink, An efficient Method for Solving General Linear Two Point BVP, SIAM J. Sci. Stat. Comp. 5 (1984), 745-763.
- [23] G.H. Meyer, Initial Value Methods for Boundary Value Problems, Academic Press, New York (1973).
- [24] V. Pereyra, F.G. Sewell, Mesh Selection for Discrete Solution of Boundary Value Problems in Ordinary Differential Equations. Numer. Math. 23 (1976), 261-268.
- [25] R.D. Russell, Mesh Selection Methods, Proceedings of the Conference for Working Codes for Boundary Value Problems in ODE's (eds. B. Childs et al.), Springer, New York (1979).
- [26] M.D. Smooke, Solution of Burner-Stabilized Pre-Mixed Laminar Flames by Boundary Value Methods, J. Comp. Phys. 48 (1982), 72-105.
- [27] M.D. Smooke, M.L. Koszykowski, Fully Adaptive Solutions of One-Dimensional Mixed Initial-Boundary Value Problems with Applications to Unstable Problems in Combustion, to appear in SIAM J. Sci. Stat. Comp. 1985.
- [28] M.D. Smooke, R.M.M. Mattheij, On the Solution of Nonlinear Two-Point Boundary Value Problems on Successively Refined Grids, Dept. Math. Engrng Yale University (1984), to appear in Applied Numerical Mathematics.
- [29] G. Söderlind, R.M.M. Mattheij, Stability and Asymptotic Estimates in Non-Autonomous Linear Differential Systems. SIAM J. Math. Anal. (1985), No. 1.
- [30] A.B. Wite, On Selection of Equidistributing Meshes for Two-Point Boundary Value Problems, SIAM J. Numer. Anal. 16 (1979), 472-502.

vervolg 10

(which may be viewed as elliptic equations in one space dimension). Some research for them is already underway (Mattheij-Smooke). Experience and insights with them should be a good starting point to consider general ODE next. More precisely, the timing looks as follows

year 1. Further development of ideas for adaptive central difference schemes for second order problems in view of questions 1 and 2 above.

year 2. Testing and reporting of results achieved in year 1. Investigation how to incorporate refinement techniques in multiple shooting cf.3. Writing of a code based on this, and in the spirit of MUTS cf [22]; the latter code is e.g. able to give information about conditioning and dichotomy as well.

year 3, Applying of both analytical theory and numerical algorithms to some real life problems (e.g. in combustion) cf 4, reporting of the results writing a Ph.D. thesis on the subject.

**10.**General plan of work

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

The project intends to answer the following specific questions as completely as is possible.

1. How does the grid refinement influence the convergence behaviour of Newton's method, in view of the nonlinearity of the vectorfield? Is it possible to develop a practical criterion (e.g. monitoring the Kantorovich parameter, cf. [28]), such that this refinement can be controlled (in addition to the "standard" local or global error equidistribution)?
2. What kind of improvement can be gained by using time-stepping for solving difficult nonlinear (stationary!) systems (i.e. appending a  $\frac{\partial}{\partial \tau}$  term to the nonlinear discrete equations)? If saddle-points occur, can they be rescaled or transformed?
3. If one wishes to combine the grid refinement technique of global methods (like finite differences) with a multiple shooting approach (where the tolerance steers the initial value integrations, so the grid search), how should the shooting points and the tolerances be chosen?
4. If, on a coarser grid, the variational system turns out not to be dichotomic cf. [10], it is feasible then to try to employ suitable internal conditions to improve the conditioning? How is ill-conditioning related to bifurcation (or special branches)?

The project will start by studying second order differential equations

**11.**Description of tasks

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

The "wetenschappelijk assistent" for whom support is requested should start with studying relevant literature to become acquainted with existing theory and already known results. He/she is also expected to assist at implementing the ideas on a computer and to coauthor publications on the subject. Finally, we anticipate that the project can be the subject of a dissertation, to be written in the fourth year.

Both prof. A. van der Sluis (Rijks Universiteit Utrecht) and prof. G.W. Veltkamp (Technische Hogeschool Eindhoven) have agreed to act as promotor (thesis advisor).

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

**13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Other financial support. The project will require no other extra costs than those needed for traveling etc. We hope to be able to have some additional funding available for this, in particular to guarantee a regular exchange with Yale. At this moment a NATO grant (jointly with M. Schultz, dept. Comp.Sci. at Yale) is awarded. It is also expected that other resources like DOE, or AFOSR may provide funding to pay for trips to and from Yale.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

4

Dossiernummer: 10-60-11

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	1 2		p.m.
	raming	1987	1 2		p.m.
	raming	1988	1 2		p.m.
	raming	1989	1 2		p.m.
	raming	1990			

15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	a. Personeel			
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum
		wetensch. assistent	1/1/86	31/12/89

## b. Apparatuur

## c. Bezoeken buitenlandse deskundigen

Prof. R. England, 14 dagen 1986.

## d. Reis- en overige kosten

Kosten reizen t.b.v. conferentie bezoek, publicatie kosten.

Ondertekening

Aanvrager(s):



Datum: 25 april 1985

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-60-12	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: M.N. Spijker, Rijksuniversiteit Leiden Instelling: Mathematisch Instituut, Wassenaarseweg 80 Corr.adres: 2333 AL Leiden.	Functie: Hoogleraar. Telefoon: 071-148333 - 5038/5031		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek  Title of project	Analyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaarde problemen.  Analysis of numerical methods for solving initial value problems.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Rijksuniversiteit Leiden Subfaculteit Wiskunde en Informatica Wassenaarseweg 80, 2333 AL Leiden.			
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Het project betreft de numerieke oplossing van beginwaarde problemen voor stijve gewone differentiaalvergelijkingen en partiële differentiaalvergelijkingen. Differentiemethoden voor het oplossen van deze problemen worden theoretisch onderzocht. Het gaat hierbij vooral om het verkrijgen van rigoreuze a-priori foutschattingen die geldig zijn voor "realistische" problemen (en niet alleen voor de klassieke lineaire testproblemen).			
Technical abstract	The project concerns the numerical solution of initial value problems for stiff ordinary differential equations and partial differential equations. A theoretical analysis is performed of step-by-step methods for solving such problems. We aim at rigorous a-priori error bounds which encompass problems that are more realistic than the classical linear test problems.			
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek   Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Drs. H.W.J. Lenferink Drs. J.F.B.M. Kraaijevanger Dr. K. Dekker Prof.Dr. M.N. Spijker	afstudeerrichting/ specialisatie  Functionaalanalyse en Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde Numerieke Wiskunde	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
ZWO RUL RUL RUL	40 2 2 8			
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar.	Aanvang: 1 januari 1986.		
7. Publikaties	dissertatie/tijdschriftartikelen/congresvoordrachten.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P170 Numerical analysis. b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Numerieke Wiskunde. d. 1980 Mathematics Subject Classification: 65L20, 65M10, 65L05, 65J10.			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

**I. Aims of the project.** We are concerned with the theoretical analysis of step-by-step methods for approximating the solution of initial value problems. This analysis will be performed within a framework that makes applications possible simultaneously to stiff ordinary differential equations and partial differential equations. We aim at rigorous a-priori error bounds and at criteria for stability and convergence of the numerical methods. The emphasis is on criteria that are easily applicable to actual methods and still relevant for large classes of initial value problems.

**II. Position of the project in Numerical Analysis.** The numerical solution of initial value problems is one of the main themes within contemporary Numerical Analysis. The theoretical analysis of the corresponding numerical methods is therefore vital to Numerical Analysis.

**III. Historical remarks.** In 1963 Dahlquist [21] introduced the famous concept of A-stability in the analysis of numerical methods for solving stiff initial value problems for ordinary differential equations. This concept is based on the error propagation in a numerical method when it is applied to the simple scalar test equation  $\frac{d}{dt} U(t) = \lambda \cdot U(t)$ . After 1963 a tremendous amount of

mathematical research has been devoted to the analysis of numerical methods still based on the same test equation. However, up to about 10 years ago, the relevance of this analysis to more general and realistic differential equations was not well understood and hardly discussed.

During these last 10 years this unsatisfactory situation has somewhat improved. Dahlquist, Butcher, Crouzeix, Thomée, Nevanlinna and others (see [22], [19], [20], [18], [24]) succeeded in deriving a-priori error bounds for the case of stiff equations that are essentially more general than the above classical test equation. Due to the framework used by these authors most of their error bounds are applicable also to numerical methods for solving partial differential equations.

By now this is a very active and fascinating field of mathematical research. It is related to many other parts of mathematics (functional analysis, complex function theory, mathematical software). We refer to [14] for an introduction to the subject in which the reader is not assumed to have any foreknowledge in this area.

**IV. Numerical analysis at Leiden University.** The numerical analysts at Leiden University have been active in the developments just described. Two related areas can be distinguished.

- a) Analysis of general methods for special equations ( $m$ -stage  $k$ -step methods applied to linear problems that are essentially more general than the classical test problem). See [4], [5], [6], [7], [8].
- b) Analysis of special methods for rather general equations (Runge-Kutta, Rosenbrock methods applied to (possibly) nonlinear problems). See [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15].

vervolg 9.

There are close scientific contacts with numerical analysts (also working on a) and/or b)) at other institutions, a.o.

- i) Prof.Dr. J.M. Sanz-Serna, Valladolid (cf. [3])
- ii) Prof.Dr. R. Jeltsch, Aken
- iii) Prof.Dr. O. Nevanlinna, Helsinki
- iv) Prof.Dr. A. Iserles, Cambridge
- v) Dr. J. Verwer, Amsterdam
- vi) Dr. W.H. Hundsdorfer, Amsterdam (cf. [12]).

#### V. Contents of the project.

In the field of research related to part a) (see section IV) there are many important open questions and conjectures. We list some of them.

- 1) Which method belonging to the class of unconditionally contractive  $k$ -step  $m$ -stage methods has the most favourable error constant? Even for  $k = 1$  this question is open. See [5], [16], [24].
- 2) What are the best contractivity thresholds within the class of  $p$ -th order  $k$ -step  $m$ -stage methods (cf. [5], [6])? Here  $p \geq 2$ ,  $k \geq 2$ . For  $k = 1$  this problem has already satisfactorily been solved (cf. [1], [2]). A further question is how methods with optimum contractivity threshold should be implemented in order to arrive at efficient actual numerical procedures.
- 3) Is it possible to break the order barrier  $p \leq 1$  occurring in [5], [24] by modifying the contractivity requirement in an "unessential" way?
- 4) For which class of numerical methods can the theory of [5] be extended so as to include nonlinear differential equations? See [4], [24], [26].
- 5) For a specific class of one-step methods it has been proved [7] that already weak stability entails an order barrier  $p \leq 1$ . Are there  $k$ -step methods that are not subject to this order barrier? Even for  $k = 1$  this question is open. See also [18].
- 6) In [8] it is shown that the general analysis in the spirit of part a) (see above section IV) is capable of producing rigorous error bounds for actual parameterized upwind schemes for convection-diffusion problems. These bounds cannot be obtained easily by classical techniques based e.g. on Von Neumann's condition or maximum principles. Therefore it seems worth to look for further applications of the general theory to actual methods for partial differential equations. A further point might be the construction of efficient methods for convection-diffusion problems being stable according to the theory now available.
- 7) Under what conditions on the method and the stepsize can one get rid of the  $\sqrt{n}$ -factor occurring in the stability estimates in [8], [23]? See also [18], [25].
- 8) Is it possible to adapt the convergence results in [17] to other frameworks (like the one in [8])?

The project will consist in trying to find answers to questions of the above type.

#### References related to part a) (section IV).

- [1] J.A. VAN DE GRIEND, J. KRAAIJEVANGER: "Absolute monotonicity of rational functions occurring in the numerical solution of initial value problems". In preparation.
- [2] J. KRAAIJEVANGER: "Absolute monotonicity of polynomials occurring in the numerical solution of initial value problems". Submitted for publication.
- [3] J.M. SANZ-SERNA, M.N. SPIJKER: "Regions of stability, equivalence theorems and the Courant-Friedrichs-Levy Condition". Submitted for publication.
- [4] M.N. SPIJKER: "Contractivity of Runge-Kutta methods". In Proceedings Oberwolfach Conference 28.6-4.7.1981 (eds. G. Dahlquist, R. Jeltsch). Institute Geom. Prakt. Math. RWTH Aachen, Bericht Nr. 9 (1981).

- [5] M.N. SPIJKER: "Contractivity in the numerical solution of initial value problems". Numer. Math. 42, 271-290 (1983).
- [6] M.N. SPIJKER: "Numerical contractivity in the solution of initial value problems" pp. 118-124 in: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen (K. Strehmel, ed.) Halle-Wittenberg (1984).
- [7] M.N. SPIJKER: "On the relation between stability and contractivity". BIT 24, 656-666 (1984).
- [8] M.N. SPIJKER: "Stepsize restrictions for stability of one-step methods in the numerical solution of initial value problems". To appear in Math. Comp. (1985).

References related to part b) (section IV). (Papers that are in preparation or Reports of Leiden University have *not* been included here).

- [9] M. CROUZEIX, W.H. HUNSDORFER, M.N. SPIJKER: "On the existence of solutions to the algebraic equations in implicit Runge-Kutta methods". BIT 23, 84-91 (1983).
- [10] W.H. HUNSDORFER: "The numerical solution of nonlinear stiff initial value problems". Thesis, Leiden University (1984). To appear as CWI Tract (1985).
- [11] W.H. HUNSDORFER, M.N. SPIJKER: "A note on B-stability of Runge-Kutta methods". Numer. Math. 36, 319-331 (1981).
- [12] W.H. HUNSDORFER, M.N. SPIJKER: "On the algebraic equations in implicit Runge-Kutta methods". Report NM-R8413, CWI, Amsterdam (1984).
- [13] M.N. SPIJKER: "Stability concepts for discretization methods". In: Proceedings Mathematiker-Kongress der DDR 1981, pp.129-134. Leipzig: Karl-Marx-Universität (1981).
- [14] M.N. SPIJKER: "Stability in the numerical solution of stiff initial value problems". Nieuw Archief voor Wiskunde 30, 264-276 (1982).
- [15] M.N. SPIJKER: "Feasibility and contractivity in implicit Runge-Kutta methods". To appear in J. Comp. Appl. Math. (1985).

Further references related to the project.

- [16] C. BOLLEY, M. CROUZEIX: "Conservation de la positivité lors de la discréétisation des problèmes d'évolution paraboliques". RAIRO Analyse Numérique, 12, 237-245 (1978).
- [17] P. BRENNER, M. CROUZEIX, V. THOMÉE: "Single step methods for inhomogeneous linear differential equations in Banach spaces" RAIRO Analyse Numérique, 16, 5-26 (1982).
- [18] P. BRENNER, V. THOMÉE: "On rational approximations of semigroups". SIAM J. Num. Anal. 16, 683-694 (1979).
- [19] K. BURRAGE, J.C. BUTCHER: "Stability criteria for implicit Runge-Kutta methods". SIAM J. Numer. Anal. 16, 46-57 (1979).
- [20] M. CROUZEIX, P.A. RAVIART: "Approximation d'équations d'évolution linéaires par des méthodes multipas". In: Etude numérique des grands systèmes; Rencontres IRIA-Novosibirsk. Paris; Dunod (1976).
- [21] G. DAHLQUIST: "A special stability problem for linear multistep methods". BIT 3, 27-43 (1963).
- [22] G. DAHLQUIST: "G-stability is equivalent to A-stability". BIT 18, 384-401 (1978).
- [23] O. NEVANLINNA: "Remarks on time discretization of contraction semigroups". Report HTKK-MAT-A225, Helsinki Univ. Techn. (1984).
- [24] O. NEVANLINNA, W. LINIGER: "Contractive methods for stiff differential equations". BIT 18, 457-474 (1978); BIT 19, 53-72 (1979).
- [25] V. THOMÉE: "Stability of difference schemes in the maximum-norm". J. J. Different. Eq. 1, 273-292 (1965).
- [26] R. VANSELOW: "Nonlinear stability behaviour of linear multistep methods". BIT 23, 388-396 (1983).

**Wetenschappelijke informatie; vervolg****Dossiernummer:** 10-60-12

<b>10.</b> <b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b>	<p>In 1986, 1987: Lenferink zal zich verder inwerken in het betreffende wetenschapsgebied. Een deel van de tijd zal besteed worden aan de oplossing van probleem (2) (genoemd onder vraag 9). Ook zal voor speciale methoden probleem (7) bestudeerd worden. Tenslotte zal oriënterend onderzoek betreffende probleem (8) worden verricht.</p> <p>Na 1987: Het onderzoek betreffende de problemen (7), (8) zal afgerond worden, terwijl ook nieuwe problemen aan de orde komen.</p>
<b>11.</b> <b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b>	De medewerker zal onderzoek doen zoals onder vraag 9 en 10 is uiteengezet. Er zal door hem een proefschrift geschreven worden waarbij Spijker als promotor optreedt.
<b>12.</b> <b>Hernieuwde aanvraag</b>	<b>Vorig. doss.nr:</b>
<b>13.</b> <b>Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron</b>	De (Subfaculteit Wiskunde en Informatica van de) RUL stelt werkruimte, secretariële assistentie en computerfaciliteiten ter beschikking. Bij andere instellingen is geen financiële steun voor dit onderzoek aangevraagd.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-60-12

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		p.m.
	raming	1988	12		p.m.
	raming	1989	12		p.m.
	raming	1990			
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	Drs. H.W.J. Lenferink	wetenschappelijk assistent	1 jan. 1986	1 jan. 1990	
	Adres: Vianenweg 130A Holten (voorlopig) geboren: 23-10-1959 ongehuwd;	Doctoraalexamen: Wiskunde in sept. '84, cum laude, in Nijmegen; Functioaalanalyse en Numerieke	vormden de hoofd- bestanddelen van de studie voor het doctoraal- examen.	Militaire dienstplicht: niet dienstplichtig.	
	Wiskunde				
	Functie van de medewerker: Van 1 april 1985 tot 1 januari 1986 is hij tijdelijk wetenschappelijk assistent bij de RUL. De Subfaculteit Wiskunde en Informatica heeft geen formatieplaatsen beschikbaar om dit dienstverband in 1986 voort te zetten.				
	Motivering keuze: De afstudeeronderwerpen en de belangstelling van Lenferink passen goed bij het project en zijn studie-resultaten zijn voortreffelijk. Een overzicht van het programma voor het doctoraalexamen van Lenferink is bijgevoegd.				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	In samenhang met het lopende onderzoek zullen buitenlandse deskundigen voor bezoeken aan de RUL uitgenodigd worden.				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Binnenland: 10 dagreizen à f45,- (landelijke seminaria en bezoeken), conferentie WG Numerieke Wiskunde Zeist f400,-.				
	Buitenland: congresbezoek en (of) bezoeken aan buitenlandse instellingen.				
Ondertekening	Aanvrager(s):  Prof.Dr. M.N. Spijker			Datum:	
					Leiden, 26 april 1985.

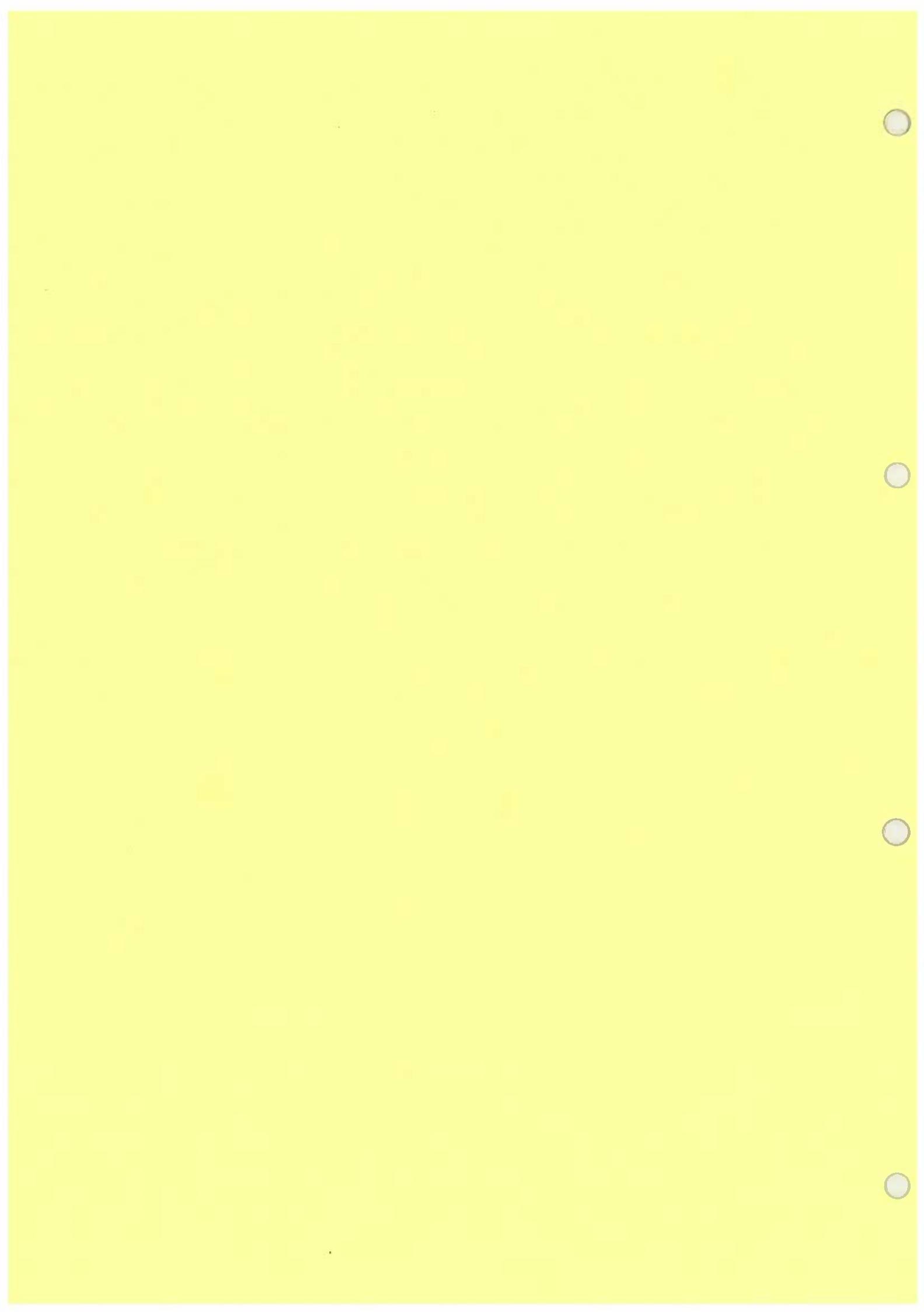
vervolg 14.

Programma van het doctoraalexamen.

vak	gewicht in semesteruren	uitslag
Toegepaste wiskunde: numerieke analyse (groot bijvak)		
numerieke lineaire algebra	2	9½
eindige differentiemethoden	2	9
eindige elementenmethoden	4	9
niet lineaire problemen	2	9
stijve problemen	2	8
Toegepaste wiskunde: toegepaste analyse		
gewone differentiaalvergelijkingen	2	10
elliptische randwaardeproblemen	2	8
distributietheorie	2	7½
discrete wiskunde	2	8½
Zuivere wiskunde: analyse (hoofdvak: functionaalanalyse)		
functietheorie	2	9½
maat- en integratietheorie	2	10
Hilbertruimten	4	9
Banachruimten	4	9
topologische vectorruimten; distributies; convexe verzamelingen	4	9
Zuivere wiskunde: overige vakken		
differentiaalmeetkunde	4	6½
groepentheorie	4	8
Scriptie-onderwerp		
limiettopologieën	2	9







1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<b>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b>		Dossiernummer: 10-62-03
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Michael S. Keane Instelling: TH Delft Corr.adres: Julianalaan 132, 2628 BL Delft	Functie: hoogleraar  Telefoon: 015-785403		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Coderingsproblemen in ergodentheorie  Coding problems in ergodic theory			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Technische Hogeschool Delft			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Onderzoek van waarnemingen van concrete dynamische systemen, en in het bijzonder hun probabilistische en statistische eigenschappen.			
Technical abstract	Investigation of outputs of natural dynamical systems and in particular their probabilistic and statistical properties.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  prof.dr. M.S. Keane dr . J. v.d. Berg drs. V. de Valk promotiemeedewerker	afstudeerrichting/ specialisatie  Probability Probability Analysis Probability	ten laste van  THD ZWO ZWO ZWO	uren/week in 1986 te besteden  15 40 *) 40 40  *) until March '86
6. Totale subsidie- periode	Duur: 8 years	Aanvang: March 1, 1982		
7. Publikaties	International Mathematical Journals-Dissertations			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1208 Probability b. Toepassingsgebied (NABS-code): 100 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM Stochastiek d. 1980 Mathematics Subject Classification: 28Dxx, 60			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

This application is made for an extension of the project 10-62-03, to include a new Ph.D. thesis student starting in March, 1986. The original programme, a copy of which is enclosed, was very broadly written and the intention to create a succession of thesis students working on these and other actual problems in ergodic theory was made clear at that time. The first student, dr. J. van den Berg has now completed his thesis work, obtaining his degree cum laude from Delft University of Technology for a dissertation entitled "Some Contributions to Percolation Theory and Related Fields". The second student, drs. V. de Valk, began his work in September 1984 and is currently working on the well-known mixing conjecture in ergodic theory (see point 3.A) of the original programme. Dr. van den Berg has been invited to participate in the AMS Institute for Mathematics and its applications during the school year 1985-1986, on the basis of his thesis work. Clearly this activity is an integral part of his excellent research and should continue to be subsidized until his 4-year term finishes in March 1986. Thus this application is for:

- continuation subsidy van den Berg until March 1986
- continuation subsidy de Valk for the entire year 1986
- new Ph.D. Student starting in April 1986.

### Coding Problems in Ergodic Theory

The global aim of the proposed research is to come to a more thorough understanding of dynamical systems which occur in nature, and in particular to explain in a clear manner their probabilistic and statistical properties. This has been the basic motivation of my research during the past fifteen years, and although much progress has been made and many problems successfully and deeply attacked, I consider that we have only "scratched the surface", as the following shows.

Let me describe in a few words the main ideas of coding in ergodic theory. A dynamical system is a measure space  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  on which a non-singular transformation  $T$  acts (usually it is supposed that  $P$  is a  $T$ -invariant probability measure). One should think of  $\Omega$  as the set of states of a physical system and of  $T$  as the "differential equation" which describes the passage from a given state  $w$  to the state  $Tw$  in a unit period of time. A measurement of the system is a partition of  $\Omega$  into measurable sets  $A_1, A_2, \dots$ ; what one sees when observing the system is then, at each given time unit  $t$  (integer), which of the sets  $A_1, A_2, \dots$  the state of the system at time  $t$  belongs to. Usually the number of sets  $A_1, A_2, \dots$  is finite, and giving each of these sets a name, a realization of the system over a large time period becomes a sequence of names. It is essential to understand that in this model, the only information that we possess concerning the actual state  $w$  of the system is contained in the probability distribution  $P$  over  $\Omega$ .

With these preliminaries, the basic problem can be formulated, namely: Given a dynamical system and a measurement, describe as completely as possible the realizations, and in particular determine their statistical properties. Eventually, the goal is of course to be able to observe a realization of an unknown system, and then draw conclusions about the mechanism  $T$  and the state set  $\Omega$ . A good example where this would be useful is the movement in the earth's core as system, and magnetic fields on the surface as (discretized) measurement. However, I do not know of any essentially complicated example like this one where non-trivial conclusions were obtained. At the present time, we are able to describe the realizations, together with their statistical properties, for some simple physical systems (e.g. two molecules of gas in a box, or billiards on a table with rational angles) by comparison with probabilistic systems (Bernoulli schemes) or rotations of the circle. The ingredients of these results are twofold, namely isomorphisms between mechanical systems and probabilistic systems and isomorphisms among the probabilistic systems themselves.

In this framework, I shall now state the specific problems which are to be investigated for this research grant, and on which I am currently doing active research.

#### 1. Finitary codes and finitary isomorphisms

In [13], [14], [15] and [16] Smorodinsky and I showed that Bernoulli schemes, and more generally Markov chains with finite state spaces, with equal entropies are finitarily isomorphic ( $\exists$  the output of one process can be sequentially coded to obtain the output of the other

process). Using our techniques as a starting point, others (e.g. Akcoglu, del Junco, Rahe, Rudolph, Tuncel) have extended and improved these results, but the following essential problems remain:

- A. Give necessary and sufficient conditions for an irreducible aperiodic infinite state Markov chain (with finite invariant measure) to be finitarily isomorphic to a Bernoulli scheme of the same entropy. (Not all of them are, as Smorodinsky and I have an unpublished counter-example.)
- B. Del Junco [4] has shown that a one-sided finitary homomorphism can be constructed from a Bernoulli scheme to another one of smaller entropy. Now one should determine whether one-sided isomorphisms exist between Bernoulli schemes of equal entropy. (It is not known if there are measurable isomorphisms in this case either.)
- C. Determine whether the continued fraction dynamical system:  
 $Tx = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{for } x \in (0,1], \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ , with Gauss measure  $\frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{dx}{1+x}$  as invariant probability measure, is finitarily isomorphic to a Bernoulli scheme with the same entropy. (There are other questions of this type, e.g. geodesic flows or toral automorphisms, but this seems to be the simplest to answer. It is possible that the recent work of Rudolph [19] will yield such results.)
- D. Do finitary isomorphisms with finite expected code lengths exist between two finite state Markov chains with equal entropies? Results of Parry [16] seem to indicate that they do not in general, but there are some isolated examples with positive answers.
- E. When is there a finite code (i.e. a continuous homomorphism) from one Bernoulli scheme to another? The recent article [5] gives some meager results and a conjecture which, in my opinion, it should be possible to settle.
- F. In the case of dynamical systems which have infinite ( $\sigma$ -finite) invariant measures, the role of Bernoulli schemes is played by recurrent random walks on  $\mathbb{Z}$ , and for these systems the isomorphism problem is wide open. Some results were obtained by Aaronson [1], and some Meshalkin-like constructions, using the finitary theory in the finite measure preserving case, have been given by Aaronson and myself (unpublished).

## 2. Specific problems

- A. In [3] we were able to show that on a polygonal billiard table with rational angles, almost all orbits are dense in the table. This result used properties of interval exchange transformations [9], [10], and [12]. Recently the conjecture that almost all interval exchange transformations are strictly ergodic has been positively settled by Masur and Veech (yet unpublished), but the original question remains: Is the billiards system on a table with irrational angles ergodic?

B. Consider the transformations  $Sx = 2x \bmod 1$  and  $Tx = 3x \bmod 1$  for  $x \in \mathbb{R} / \mathbb{Z}$ . Obviously Lebesgue measure is invariant under  $S$  and  $T$ , and there are also some finite sets (eg.  $\{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\}$ ) which are invariant measures. Question: does there exist a continuous invariant probability measure which is not Lebesgue measure? (To see the interest of this question, interpret the invariant measures as steady states under two random processes.)

- C. In [11], Pearce and I used an ergodic theoretic argument to prove a well-known theorem of Schmidt [21]\*. Can the same type of reasoning be used for an analogous theorem concerning  $\beta$ -expansions?
- D. In [2], Adler, Smorodinsky and I give a simple construction of a normal number for the continued fraction transformation. There are some connections between the estimates needed here and an article of Dixon [6] on the speed of the Euclidean algorithm, and our estimates should improve Dixon's results. Also, some sticky conjectures in [2] should be resolved.

3. General structure of dynamical systems.

- A. Recently Kalikow (unpublished) has shown that in rank one dynamical systems, two-mixing implies three-mixing. It is not completely clear to me (and to some others) that his arguments are precise. If so, one should be able to extend them to finite rank dynamical systems and mixing of higher orders, thus coming closer to settling the basic conjecture [7] that two-mixing implies three-mixing in any dynamical system.
- B. Herman [8] has produced an example of a minimal diffeomorphism on a compact manifold (4 dimensions) with strictly positive entropy. Can a strictly ergodic diffeomorphism with strictly positive entropy on a compact manifold be constructed?
- C. Recently Ornstein [17] and Scarpellini [20] have produced a formula for the expected value of the next output of a dynamical system, given all past values, in the form of a single limit. This is important because it enables a practical calculation of this quantity. Can the entropy of a system be given by such a formula?

\* which states that almost all numbers in the Cantor set on  $[0,1]$  are normal in base two.

LITERATURE

- [1] Aaronson, J.; Rational Ergodicity and a Metric Invariant for Markov Shifts, Israel J. Math. 27, 93-123 (1977).
- [2] Adler, R.; Keane, M.; Smorodinsky, M.; A construction of a normal number for the continued fraction transformation, Pacific J. Math. (accepted, to appear).
- [3] Boldrighini, C.; Keane, M.; Marchetti, F.; Billiards in polygons, Annals of Prob. 6, 532 - 540 (1978).

- [4] del Junco, A.; Finitary codes between one-sided Bernoulli shifts, preprint.
- [5] del Junco, A.; Keane, M.; Kitchens, B.; Marcus, B.; Swanson, L.; Continuous homomorphisms of Bernoulli schemes, Proc. Ergodic Theory Year, Maryland (accepted, to appear in SLN).
- [6] Dixon, J.; The number of steps in the Euclidean algorithm, Journal of Number Theory 2, 414 - 422 (1970).
- [7] Halmos, P.; Lectures in ergodic theory, Chelsea 1956.
- [8] Herman, M.; Construction d'un difféomorphisme minimal d'entropie positive, preprint.
- [9] Keane, M.; Interval exchange Transformations, Math. Zeits. 141, 25 - 31 (1975).
- [10] Keane, M.; Non-ergodic interval exchange transformations, Israel J. Math. 26, 188 - 196 (1977).
- [11] Keane, M.; Pearce, C.; On normal numbers, submitted to Proc. Australian Math. Soc.
- [12] Keane, M.; Rauzy, G.; Stricte ergodicité des échanges d'intervalles, Math. Zeits. 174, 203 - 212 (1980).
- [13] Keane, M.; Smorodinsky, M.; A class of finitary codes, Israel J. Math. 26, 352 - 371 (1977).
- [14] Keane, M.; Smorodinsky, M.; Bernoulli schemes of the same entropy are finitarily isomorphic, Annals of Math. 109, 397 - 406 (1979).
- [15] Keane, M.; Smorodinsky, M.; The finitary isomorphism theorem for Markov shifts, Bull. A.M.S. 1, 436 - 438 (1979). (Research announcement.)
- [16] Keane, M.; Smorodinsky, M.; Finitary isomorphisms of irreducible Markov shifts, Israel J. Math. 34, 281 - 286 (1979).
- [17] Ornstein, D.; Guessing the next output of a stationary process, Israel J. Math. 30, 292 - 296 (1970).
- [18] Parry, W.; Finitary isomorphisms with finite expected code lengths, preprint.
- [19] Rudolph, D.; A characterization of those processes finitarily isomorphic to a Bernoulli shift, to appear in Proc. Ergodic Theory Year, Maryland (SLN).
- [20] Scarpellini, B.; On Conditional expectations of stationary processes, preprint.
- [21] Schmidt, W.; On normal numbers, Pacific J. Math. 10, 661 - 672 (1960).

10.	Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987  see 9
11.  Takkomschrijving van de gevraagde medewerker(s)	Research in ergodic theory on the subjects described in the programme or related topics.
12.  Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr: 10-62-03
13.  Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-62-03

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984	14		p.m.
	aangevraagd	1985	24		p.m.
	toegekend	1985	24		p.m.
	AANVRAAG	1986	24		p.m.
	raming	1987	24		p.m.
	raming	1988	24		p.m.
	raming	1989	24		p.m.
	raming	1990	24		p.m.
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beeindigingsdatum	
	dr.J. van den Berg drs. V. de Valk ?	medewerker medewerker medewerker	1 maart 1982 1 september 1984 1 maart 1986	28 februari 1986 31 augustus 1988 28 februari 1990	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	4 bezoekers à f 750,- per bezoeker				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	per medewerker f 500,- binnenland f 1000,- buitenland				
Ondertekening	Aanvrager(s):				
	<i>M. Kane</i>	Datum: 29 april 1985			

1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-62-04

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: prof.dr. C.L. Scheffer Instelling: Technische Hogeschool Delft Corr.adres: Julianalaan 132, 2628 BL Delft	Functie: hoogleraar Telefoon: 015-782546		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Statistische analyse van tijdreeksen Statistical analysis of time series			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Technische Hogeschool Delft			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>1. Generalisatie en uitbreiding van bekende resultaten mede met het oog op de ontwikkeling van algoritmen voor implementatie van theoretische resultaten.</p> <p>2. Generalisatie van resultaten in het univariate geval tot meerdimensionale tijdreeksen, continu tijdgeval, "meerdimensionale tijd" (random fields).</p> <p>1. Generalization and extension of known results, also in order to develop algorithms for implementation of theoretical results.</p> <p>2. Generalization of results in the univariate case to the case of multiple time series, continuous time case, random fields, etc.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Dzjaparidze, Dr. K.O. Scheffer, Prof.dr. C.L. Sieders, Drs. A. (m.i.v. 1 juli 1983)	afstudeerrichting/ specialisatie  Mathematische Statistiek " " "	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
			CWI THD ZWO	10 5 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 5 jaar	Aanvang: 1 januari 1982		
7. Publikaties	Artikelen in vakliteratuur, boek(en) en eventueel een dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: stochastiek d. 1980 Mathematics Subject Classification: 62F, 62M, 62P, 60G		1208/1209	

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

**Probleemstelling/Doelstelling.**

Gedurende 1984/1986 heeft Sieders zich met de volgende problemen bezig gehouden.

**I. Parameterschatting in niet-lineaire modellen**

Beschouw een stochastisch proces met representatie

$$x_t = a_{t,\theta} + \epsilon_t$$

waarbij  $a_{t,\theta}(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots)$  meetbaar is en afhangt van een onbekende, te schatten, parameter  $\theta$  en  $\epsilon_t$  een martingaal-verschilrij. Zoals

beschreven in het researchplan voor deze periode (vorig verslag) lijkt het mogelijk om, met gebruikmaking van bestaande martingaalconvergentiestellingen, situaties af te bakenen waarin, bijvoorbeeld, optimaliteit, in zekere zin, van een deelklasse van de klasse van (asymptotisch) lineaire schatters, bewezen kan worden.

Sieders heeft, in samenwerking met Dzjaparidze, enige voorlopige resultaten geboekt die met prof. A.N. Shiryaev werden besproken tijdens diens recente bezoek aan het CWI (mei 1985) [4].

Om een meer direct inzicht in deze problematiek te verkrijgen werd ook aandacht besteed aan:

**II. Parameterschatting bij niet-lineaire regressiemodellen.**

Deze situatie is een speciaal geval van de onder I genoemde: men neemt voor  $a_t(\theta)$  deterministische functies.

Ons onderzoek concentreerde zich vooralsnog op de vraagstelling naar consistentie en staartgedrag van kleinste kwadraatschatters. Bestudering van de literatuur ter zake leerde dat resultaten op dit gebied erg beperkt (in de zin van onnoodig zware condities op de familie  $a_t(\theta)$ , bijvoorbeeld dat

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_1^n [a_t(\theta_1) - a_t(\theta_2)]^2 \text{ bestaat [2], of op de ruis } \epsilon_t,$$

bijvoorbeeld onafhankelijkheid en normaliteit [3]) of intuïtief moeilijk te bevatten waren [6].

In het geval dat de  $\epsilon_t$  onafhankelijk en normaal verdeeld zijn, valt de kleinste kwadraat schatter samen met de maximum likelihood schatter. Dit leidde tot bestudering van het werk van Ibragimov Has'minskii [1] die aan een zeer algemene theorie over het gedrag van deze schatter gestalte hebben gegeven.

Een enigszins verrassende ontdekking was, dat bepaalde aspecten van hun theorie makkelijk overdraagbaar bleken op de bestudering van een zeer grote klasse van schatters, bevattende die schatters die een functionaal van de observaties, continu in de parameter, maximaliseren. De kleinste kwadraatschatter valt hieronder en een uitbreiding van een stelling van Ibragimov en Has'minskii betreffende grote afwijkingen van de schatter bleek inderdaad toepasbaar op het niet-lineaire regressieprobleem, waarmee een resultaat van Prakasa Rao [3] aanzienlijk verbeterd indien nodig op blz. 2a vervolgen

vervolg 9.

kon worden o.a. in die zin dat normaleit van  $\varepsilon_t$  nu niet meer vereist was.  
Deze resultaten zijn reeds neergelegd in een onderzoeksrapport van de  
TH Delft, dat binnenkort ter publicatie aangeboden zal worden.

Referenties

- [1] Ibragimov, I.A. and Has'minskii, R.S. (1981), Statistical Estimation:  
Asymptotic Theory, Springer, New York.
- [2] Jennrich, Robert I. (1969), Asymptotic properties of nonlinear least  
squares estimators, Ann. of Math.Stat., vol.40, no. 2, p.633-643.
- [3] Prakasa Rao, B.L.S. (1984), On the exponential rate of convergence of  
the least squares estimator in the nonlinear regression model with  
gaussian errors, Stat.Prob.Lett., Vol. 2, p. 139-142.
- [4] Shirayev, A.N. (1985), "Basic principles of statistics of dependent  
observations (martingale approach)", lecture series given at the CWI,  
Amsterdam, May 6-8.
- [5] Sieders, A. (1985), Asymptotic properties of Whittle's estimator of the  
spectral parameter, to appear.
- [6] Wu, Chien-Fu (1981), Asymptotic theory of nonlinear least squares  
estimation, Ann. Stat., Vol. 9, No.3, p. 501-513.

---

10.

Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987

Plan voor 85/86

Voor een periode 85/86 ligt het in de bedoeling de in 9 genoemde uitgebreide stelling ook toe te passen op spectrale analyse van stationaire Gaussprocessen [5].

De in een vorig verslag in het vooruitzicht gestelde publicatie over het centrale limietprobleem voor een, aan een stationair Gaussproces ondergeschikt proces, zal spoedig afgemaakt worden: tot nu toe voor de bewijzen noodzakelijke zware voorwaarden kunnen nu zodanig afgezwakt worden dat publicatie verantwoord lijkt.

---

11.

Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)

Drs. A. Sieders shall continue the study of non-linear time series models

---

12.  
Hernieuwde aanvraag

Vorig. doss.nr:

---

13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron

geen

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	12			p.m.
	aangevraagd	1985	12			p.m.
	toegekend	1985	12			p.m.
	<b>AANVRAAG</b>	<b>1986</b>	<b>12</b>			<b>p.m.</b>
	raming	1987	6			p.m.
	raming	1988				
	raming	1989				
	raming	1990				
15.	<b>a. Personeel</b>					
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum		
	drs. A. Sieders	adj.wet.ambtenaar	1 juli 1983	1 juli 1987		
	<b>b. Apparatuur</b>					
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b> in overleg.					
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>					
Ondertekening	Aanvrager(s): <i>John Huisman</i>			Datum: 9 juli 1985		



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-62-07	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: W. Vervaat Instelling: Mathematisch Instituut Katholieke Univ. Corr.adres: Toernooiveld 5, 6525 ED Nijmegen	Functie: hoogleraar Telefoon: 080-558833 tst.2992/2986		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Structuur van limietstellingen in de kanstheorie Structure of limit theorems in probability theory			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, Katholieke Universiteit, Nijmegen			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	<p>I. Onderzoek van zelfontbindbaarheid in algemene algebraïsche structuren i.h.b. zelfontbindbaarheid van traliewaardige stochasten (voornaamste voorbeeld: stochastische gesloten verzamelingen in <math>\mathbb{R}^d</math>)</p> <p>II. Onderzoek van zelfgelijkvormige processen, i.h.b. stationaire traliewaardige extremaal-processen.</p>			
Technical abstract	<p>I. Investigation of self-decomposability in general algebraic structures, in particular self-decomposability of lattice-valued random variables (principal example: random closed sets in <math>\mathbb{R}^d</math>).</p> <p>II. Investigation of self-similar processes, in particular stationary lattice-valued extremal processes.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	prof.dr. W. Vervaat drs. G.J.J. Gerritse	wiskunde/kanstheorie wiskunde/kanstheorie	KUN ZWO	8 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 3 jaar (toegekend) 4 jaar (wordt bij deze aangevraagd)	Aanvang: 1 mei 1983		
7. Publikaties	Dissertatie en artikelen			
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1208 probability:      b. Toepassingsgebied (NABS-code): self-decomposability, self-similarity, extremal processes      c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM Stochastiek      d. 1980 Mathematics Subject Classification: 60</p>			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

#### 9.1

Extension of the project period from three to four years. Reason.  
 The research on lattice-valued semicontinuous functions (cf. 9.2.d) has cost considerably more time and energy than anticipated, as it involved excursions to (for probabilists) rather distant field of mathematics. In particular it turned out useful to become familiar with non-Hausdorff locally compact spaces, a topic which was studied only recently in the literature (Gierz et al. (1980), Hofmann & Mislove (1981)). A unique combination of knowledge has resulted from this. At the moment the focus of research is returning to probability (see 10a).

#### 9.2

##### Aims of research and results

a. Introduction. Let  $(E, \bullet)$  be a measurable semigroup with product  $\bullet$ , and let  $T = (T^t)_{t \geq 0}$  be an additive semigroup of measurable transformations  $E \rightarrow E$ . Then the  $E$ -valued random variable (rv)  $X$  and its distribution are said to be self-decomposable with respect to  $(E, \bullet, T)$ , if for each  $t \geq 0$  there is a rv  $X_t$  such that

$$(1) \quad X = T^t(X) \bullet X_t, \quad X \text{ and } X_t \text{ independent.}$$

The classical case is  $E = \mathbb{R}$  (or more generally,  $E$  a linear space),  $\bullet = +$  and  $T^t(x) = e^{-t}x$ . In this case self-decomposability of  $X$  is known to be equivalent to either of the following characterizations (all with  $\mathbb{R}$ -valued rv's).

- (2) There is a sequence of independent rv's  $(Y_n)_{n=1}^\infty$  and a sequence of reals  $t_n \rightarrow \infty$  such that  $e^{-t_n} \sum_{k=1}^n Y_k \xrightarrow{d} X$  and  $e^{-t_n} Y_k \xrightarrow{d} 0$  uniformly for  $k \leq n$ , as  $n \rightarrow \infty$  (Loève (1977), §24).
- (3) There is a process  $(B_t)_{t \geq 0}$  with stationary independent increments such that  $X = \int_0^\infty e^{-t} dB_t$  (Wolfe (1982), Jurek & Vervaat (1983)).

Finally it is known (Loève (1977), §24), that

- (4) stable distributions are self-decomposable, and self-decomposable distributions are infinitely divisible.

vervolg 9.

b. Sup self-decomposability in  $\overline{\mathbb{R}}^d$  (completed research). The case  $E = \overline{\mathbb{R}}^d$   
 $(\overline{\mathbb{R}} := [-\infty, \infty], \bullet = v$  (componentwise supremum),  $T^t(x) = x - t1$   
 $(1 := (1, 1, \dots, 1) \in \overline{\mathbb{R}}^d)$  is completely handled in the report

G. GERRITSE: Supremum self-decomposable random vectors. Report 8341  
(November 1983), Math. Dept. KUN.

It obtains analogues of (2), (3) and (4). The report grew out of a Master's Thesis written under my supervision, and has been accepted by ZFW, subject to revision.

c. Sup self-decomposability in lattices (future research). We want to generalize §b to at least

$$E = \mathcal{F}(\overline{\mathbb{R}}^d) := \{\text{closed subsets of } \overline{\mathbb{R}}^d\},$$

$$\bullet = U$$

and, for instance,

$$T^t(F) := \{e^{-t}x : x \in F\} \text{ for closed } F \subset \overline{\mathbb{R}}^d.$$

It is convenient to see this as a special case of:

$E$  is a lattice, with lattice operations  $v$  and  $\wedge$ ,  $\bullet = v$ .

So we must investigate lattice-valued rv's and processes.

d. Lattice-valued semicontinuous functions (current research, almost completed). In the generalization of (3) to the situation of §c we must find an analogue of the process  $B$  with stationary independent increments. Here we need the (abstract) definition of "extremal process" as given in Vervaat (1982), and the topological approaches developed around that. It is most convenient to consider "sup derivatives" of extremal processes (comparable to the "derivative"  $dB_t$  of  $B$  in (3)). It turns out that these are just the random upper semicontinuous (usc) functions.

In Vervaat (1982) the analysis of random  $\overline{\mathbb{R}}$ -valued usc functions is developed. For handling (3) in the situation of §§ b and c we need a similar analysis for random lattice-valued usc functions. A complication is that equivalent characterizations of upper semicontinuity for  $\overline{\mathbb{R}}$ -valued functions f (e.g. the hypograph of  $f$  is closed, or  $f^+[x, \infty]$  is closed for all  $x \in \overline{\mathbb{R}}$ ) diverge into different concepts for lattice-valued functions. A study of the latter phenomenon is being written down by Gerritse. Similar problems are treated in Penot & Théra (1982).

e. Generalized excessivity (possible future research). For each semigroup  $(E, \bullet)$  there is a notion of "characteristic function" which coincides with the usual notion for  $(\mathbb{R}, +)$ . Consider logarithms of such characteristic functions

$\phi$  (log ch.f.'s) and introduce a partial order on them by

$$\log \phi_1 \succ \log \phi_2 \text{ if } \phi_1/\phi_2 \text{ is a ch.f. .}$$

Then (1), written down for the corresponding log ch.f.'s, takes the form

$$\log \phi_X \succ \tilde{T}^t \log \phi_X := \log \phi_{T^t(X)},$$

which is similar to the definition of excessivity in the Hille-Yosida theory of semigroups of contractions on Banach spaces. There are representation theorems for excessive functions that look very much like (3), rewritten for log ch.f.'s. Of course, the log ch.f.'s are no Banach space, even no linear space, but do form a cone (as far as they are infinitely divisible, another problem). A theory of excessivity in cones has been developed by Cornea & Licea (1970), and might lead to an abstract way of deriving analogues of (2), (3), (4) in great generality.

f. Affine transformations (possible future research). Consider the situation of §b, but now with  $T^t(x) = e^{-t}x$ . It follows easily that all self-decomposable  $X$  are confined to  $(\{-\infty\} \cup [0, \infty])^d$ , so that this new case is essentially obtained from the old one by an exponential transformation. A similar conclusion follows for  $T^t(x) = e^tx$ . Now what limits can occur in the analogue of (2), if we allow there compositions of the three semigroups of transformations as normalizations, so

$$a_n (V_{k=1}^n Y_k - b_n) \text{ instead of } V_{k=1}^n Y_k - b_n,$$

with  $a_n \geq 0$ . For  $d = 1$  it is known that, apart from an affine transformation,  $X$  is self-decomposable with respect to one of the three  $T$ 's (result due to Mezler, see Galambos (1978), § 3.10). For  $d \geq 2$  the problem is open.

g. Attended conferences. Gerritse has attended the following conferences with support from SMC.

- International Conference on Multifunctions and Integrands (Stochastic Analysis, Approximation and Optimizination), Catania, Sicily, Italy, 7-16 June 1983.
- Fourteenth Conference on Stochastic Processes and Their Applications, Göteborg, Sweden, 12-16 June 1984.

Apart from the benefits that one can expect in general from these, we notice the following specific:

Catania introduced us to the existing (recent) literature on lattice-valued semicontionuous functions and to the people interested in them (in particular G. Beer, Los Angeles, temporarily Singapore).

Göteborg brought us into contact with T. Norberg (Göteborg), who is working on random closed sets (Norberg (1984a)), and more generally, random capacities (Norberg (1984b)).

h. Contacts. There are contacts about this and related research with

Z.J. Jurek (Boston USA) on §a,e;  
N. Cressie (Iowa State U., USA) on §c;  
G.L. O'Brien (Toronto, Canada) on §d in connection with self-similarity;  
G. Beer (Los Angeles, USA) on §d;  
T. Norberg (Göteborg, Sweden) on §d;  
C.L. Scheffer (THD) on §e.

Parts of this research have short distance to that of L. de Haan (EUR),  
F.W. Steutel (THE), K. van Harn (VUA), S.J. Wolfe (U. of Delaware, USA),  
Z.J. Jurek (Tufts University, USA).

i. References.

- CORNEA, A. & LICEA, G. (1970): Order and potential resolvent families of kernels. Springer LNM 494, Springer, Berlin.
- GALAMBOS, J. (1978): The asymptotic theory of extreme order statistics. Wiley, New York.
- GIERZ, G., HOFMANN, K.H., KEIMEL, K., LAWSON, J.D., MISLOVE, M. & SCOTT, D.S. (1980): A compendium of Continuous Lattices, Springer, Berlin.
- HOFMANN, K.H. & MISLOVE, M.W. (1981): Local compactness and continuous lattices. In: Continuous lattices (Proceedings Bremen 1979), eds. B. Banaschewski & R.E. Hofmann. Springer Lect. Notes Math. 871.
- JUREK, Z. & VERVAAT, W. (1983): An integral representation for selfdecomposable Banach space valued random variables. Z. Wahrsch. th. verw. Gebiete 62 247-262.
- LOÈVE, M. (1977): Probability Theory I, 4th Ed. Springer, Berlin.
- NORBERG, T. (1984a): Convergence and existence of random set distributions. Ann. Probab. 12 726-732.
- NORBERG, T. (1984b): Random capacities and their distributions. Report 1984-03, Chalmers, Göteborg.
- PENOT, J.P. & THÉRA, M. (1982): Semi-continuous mappings in general topology. Archiv. der Math. 38 158-166.
- VERVAAT, W. (1982): Random upper semicontinuous functions and extremal processes. Handwritten report, being revised.
- WOLFE, S. (1982): On a continuous analogue of the stochastic difference equation  $X_n = \rho X_{n-1} + B_n$ . Stochastic Processes Appl. 12 301-312.

10.	<p>a. <u>Research plan for G. Gerritse</u></p> <p>Past : 1983: report on 9.2.b, now accepted by ZfW subject to revision; 1984: research on 9.2.d.;</p> <p>Present : 1985 first half: report on 9.2.d (lengthy) to become part of lecture notes together with related papers by Vervaat &amp; O'Brien;</p> <p>1985 second half: research on 9.2.c.;</p> <p>Future : 1986 : paper on 9.2.c., to be submitted to a journal; 1986/early 1987 : Ph.Thesis as combination of the three papers on 9.2.b.c.d; if time allows, research on 9.2.e or f.</p> <p>b. <u>Comparison with the original proposal</u></p> <p>The present research plan is an expansion of parts of the topics described in the original proposal (I: self-decomposability). Research on II: self- similarity is being continued by G.L. O'Brien and me. Topic II is no longer discussed in the present proposal. This development was indicated as probable in point 10 of the original proposal.</p>
11.	Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr:
13. Financiële bij- dragen aan dit onderzoek uit andere bron	Waarschijnlijk zal G.L. O'Brien (Toronto) het tweede halfjaar van 1986 of het eerste halfjaar van 1987 doorbrengen te Nijmegen. Aanvraag van een ZWO- bezoekersbeurs wordt overwogen.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-62-07

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	12		p.m.
	aangevraagd	1985	12		p.m.
	toegekend	1985	12		
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	4		p.m.
	raming	1988			
	raming	1989			
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	drs. G.J.J. Gerritse	w.a.	1 mei 1983	1 mei 1987	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	Gedacht wordt aan bezoeken van een week door T. Norberg, Z.J. Jurek of G. Beer (zie 9h) afhankelijk van behoefte en mogelijkheden. Tot en met 1985 kunnen bezoeken waarschijnlijk gefinancierd worden uit toevallige overschotten van het personeelsbudget in Nijmegen. We kunnen niet rekenen op deze mogelijkheid voor 1986. Voor een lang bezoek van G.L. O'Brien , zie 13.				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Voornemens voor 1986: binnenland: Incidenteel seminariumbezoek aan andere universiteiten Nederlands Mathematisch Congres Bijeenkomst Stochastici te Lunteren (nov. 1986). buitenland: geen.				
Ondertekening	Aanvrager(s):				Datum:
	W. Vervaat				19 april 1985



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-62-08

1

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: L. de Haan Instelling: Erasmus Universiteit Rotterdam Corr.adres: Postbus 1738, 3000 DR Rotterdam	Functie: Hoogleraar Telefoon: 010/525511/3003																
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:																
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Het convex omhulsel van een steekproef in $\mathbb{R}_k$  The convex hull of a sample in $\mathbb{R}_k$																	
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Erasmus Universiteit Rotterdam																	
4.  Technical abstract	Onderzoek naar het zwakke (in verdeling) en sterke (steekproef) limiet gedrag van het convex omhulsel van een steekproef in $\mathbb{R}_k$ . Bepaling van noodzakelijke voldoende voorwaarden voor convergentie.   Investigation of the weak (in distribution) and strong (sample) limiting behaviour of the convex hull of a sample in $\mathbb{R}_k$ . Determination of the necessary and sufficient conditions for convergence.																	
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam en titel(s)</th> <th>afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th>ten laste van</th> <th>uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Drs. H.A. Brozius</td> <td>wiskunde/kansrekening</td> <td>ZWO</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>Prof.Dr. L. de Haan</td> <td>wiskunde/kansrekening</td> <td>EUR</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Dr. E. Omey</td> <td>wiskunde/kansrekening</td> <td>EHSAL Brussel</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Drs. H.A. Brozius	wiskunde/kansrekening	ZWO	40	Prof.Dr. L. de Haan	wiskunde/kansrekening	EUR	8	Dr. E. Omey	wiskunde/kansrekening	EHSAL Brussel	8	
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden															
Drs. H.A. Brozius	wiskunde/kansrekening	ZWO	40															
Prof.Dr. L. de Haan	wiskunde/kansrekening	EUR	8															
Dr. E. Omey	wiskunde/kansrekening	EHSAL Brussel	8															
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 september 1984																
7. Publikaties	Dissertatie en tijdschriftartikelen																	
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1208 probability b. Toepassingsgebied (NABS-code): methodologisch onderzoek van belang voor div. toepassingen c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM Stochastiek d. 1980 Mathematics Subject Classification: 60G																	

9a. voor nieuw onderzoek	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>
9b. voor continuerings- aanvragen	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>
	<p>9a. of 9b.</p> <p><u>Voortgang en resultaten 1984/1985</u></p> <p>Sinds 1 september 1984 heeft de heer Brozius zich in de literatuur en de probleemstelling ingewerkt. Een manuscript is geproduceerd en ter publicatie aangeboden over verdelingsconvergentie van het convex omhulsel van een steekproef.</p> <p>H. Brozius en L. de Haan: On limiting laws for the convex hull of a sample. Rapport 8505/S, Econometrisch Instituut, Erasmus Universiteit Rotterdam.</p> <p><u>Oorspronkelijke doelstelling</u></p> <p>Meer-dimensionale extreme-waarde theorie kan als volgt omschreven worden. Laten <math>(X_1^{(i)}, \dots, X_k^{(i)})</math> <math>i = 1, 2, \dots</math> onafhankelijke stochastische vektoren zijn in de <math>\mathbb{R}_k</math>. Men bestudeert het limietgedrag van de rij vektoren</p> $\left( \underset{i=1}{\overset{n}{\vee}} X_1^{(i)}, \dots, \underset{i=1}{\overset{n}{\vee}} X_k^{(i)} \right) \text{ voor } n \rightarrow \infty. \text{ Deze theorie is bekend [1].}$ <p>Als men ook de vektoren <math>\left( \underset{i=1}{\wedge} X_1^{(i)}, \dots, \underset{i=1}{\wedge} X_k^{(i)} \right)</math> meeneemt, kan men dit interpreteren als het limiet-gedrag (<math>n \rightarrow \infty</math>) van de kleinste "rechthoek" waarin alle <math>(X_1^{(i)}, \dots, X_k^{(i)})</math> (<math>i = 1, 2, \dots, n</math>) passen. Men kijkt daarbij dus alleen naar de extremen in de richting van de coördinaatassen.</p> <p>Een natuurlijke en voor toepassingen belangrijke algemenere vraagstelling ontstaat wanneer men kijkt naar de extremen simultaan in <u>alle</u> richtingen, d.w.z. naar het convex omhulsel van de steekproef in <math>\mathbb{R}_k</math>. Het gaat dan (o.a.) om een beschrijving van de snelheid waarmee de <math>\mathbb{R}_k</math> (of een deel daarvan) gevuld wordt door de achtereenvolgende steekproefpunten. Men krijgt te maken met een bepaalde klasse (n.l. convexe) stochastische verzamelingen [8].</p> <p>Een oplossing voor het rotatie-symmetrische geval is gegeven in het artikel van Eddy en Gale [6]. In dit artikel wordt ook relevante literatuur gegeven.</p>

vervolg 9.

De methode van aanpak die in dit artikel gebruikt wordt is de bekende voorstelling van een convexe verzameling door middel van de (reële) "support function". Het limietgedrag van het convex omhullende van de steekproef is dan equivalent met het limietgedrag van puntsgewijze maxima van onafhankelijke en gelijkverdeelde stochastische processen.

De voorwaarden voor convergentie in het genoemde artikel zijn tamelijk restriktief. Gegeven de eis van rotatie-symmetrie zou men verwachten dat de voorwaarden voor de convergentie van maxima van de stralen voldoende zouden zijn voor de convergentie van de convex omhullende. Dit wordt alleen bewezen in één van de drie gevallen.

Ik stel me voor het probleem aan te pakken zonder de eis van symmetrie. Meerdimensionale reguliere variatie [9, 3, 4, 5] is voldoende. Deze eis is ook nodig omdat die nodig is voor het meer restriktieve probleem uit de eerste alinea.

Wij zijn redelijk toegerust om dit probleem aan te pakken: de theorie van meerdimensionale reguliere variatie is zojuist door ons ontwikkeld; ook bepaalde functionalen op puntprocessen die enige gelijkenis vertonen met stochastische integralen spelen hier een belangrijke rol (zie het artikel van Eddy en Gale). De voornaamste eigenschappen daarvan hebben wij onlangs verkregen [7].

Het interessante van dit onderzoek is voor mij niet alleen het probleem zelf maar ook de mogelijkheid om een interessante klasse stochastische verzamelingen te verkrijgen en de eventuele problemen die dit oplevert in de theorie van de meerdimensionale reguliere variatie en die van de eerder genoemde functionalen op puntprocessen.

Een andere goede methode van aanpak is uit te gaan van het puntproces van de waarnemingen dat onder de gegeven voorwaarden convergeert naar een Poisson puntproces waarvan de intensiteitsmaat bepaald is door de limietfunktie van de reguliere variërende staart van de kansverdeling (cf. [2]).

Het convex omhullende van de steekproef convergeert dan in verdeling naar het convex omhullende van het puntproces via een relevant invariantieprincipe. Dit is een formele oplossing. De resulterende kansverdeling dient nu geïdentificeerd te worden en de eigenschappen daarvan onderzocht.

Van speciaal belang is verder het steekproefgedrag van het convex omhulsel als het aantal waarnemingen onbeperkt toeneemt.

Samengewerkt zal worden met Dr. A.A. Balkema, UvA, Prof.Dr. S.I. Resnick, Colorado State University en Prof.Dr. J. Pickands III, University of Pennsylvania.

Literatuur:

1. L. de Haan and S.I. Resnick (1977). Limit theory for multivariate sample extremes. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie* 40, pp. 317-337.
2. L. de Haan and S.I. Resnick (1981). On the observation closest to the origin. *Stochastic Processes and their Applications*, 11, pp. 301-308.
3. L. de Haan and S.I. Resnick (1979). Derivatives of regularly varying functions in  $\mathbb{R}^d$  and domains of stable distributions. *Stochastic processes and their Applications*, 8, pp. 349-355.
4. L. de Haan and E. Omey (1981). Integrals and derivatives of regularly varying functions in  $\mathbb{R}^d$  and domains of attraction of stable distributions. To appear: *Stochastic Processes and their Applications*.
5. L. de Haan, E. Omey and S.I. Resnick (1982). Domains of attraction and regular variation in  $\mathbb{R}^d$  III. To appear: *J. Multivar. Anal.*
6. W.F. Eddy and J.D. Gale (1981). The convex hull of a spherically symmetric sample. *Adv. Appl. Prob.* 13, 751-763.
  
7. L. de Haan (1983). A spectral representation for max-stable processes. Manuscript ter publikatie aangeboden.
8. G. Matheron (1975). Random sets and integral geometry. Wiley, New York.
9. A.J. Stam (1977). Regular variation in  $\mathbb{R}_+^d$  and the Abel-Tauber theorem, Reprint, Mathematisch Instituut, Rijksuniversiteit Groningen.

**Wetenschappelijke informatie; vervolg****Dossiernummer:** 10-62-08**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

Er blijken twee wel onderscheiden gevallen te zijn voor de limietverdeling van het omhulsel: die met eindig en oneindig veel hoekpunten. Getracht zal worden in de eerste situatie wat inzicht te krijgen in de kansverdeling van het aantal hoekpunten. De tweede situatie wordt bestudeerd door Prof.Dr. P. Groeneboom, Universiteit van Amsterdam. Met hem zal kontakt onderhouden worden. Verder zal in 1985 en 1986 het sterke (steekproef-) limietgedrag onderzocht worden met als uitgangspunt een artikel van L. Fisher (Annals Math. Statist. 1969). "Convex hull peeling", toepassingen en problemen die tijdens het onderzoek opkomen, zullen na 1986 bestudeerd worden.

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)****12.  
Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:****13.****Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Buitenlandse gasten zoals S. Resnick en J. Pickands (de laatste bezocht EUR in 1985) kunnen mogelijk gedeeltelijk door EUR gefinancierd worden.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-62-08

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten		
14.	toegekend	1984	4					
	aangevraagd	1985	12			p.m.		
	toegekend	1985	12					
	AANVRAAG	1986	12			p.m.		
	raming	1987	12					
	raming	1988	8					
	raming	1989						
	raming	1990						
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>							
	Naam		Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum			
	H. Brozius		medewerker	1-9-84	1-9-88			
	<b>b. Apparatuur</b>							
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>							
	Getracht zal worden Professor Resnick voor één maand als deskundige in Rotterdam aan 't onderzoek te laten deelnemen.							
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>							
	Voor de heer Brozius: f.600,- binnenland f.1500,- buitenland							
Ondertekening	Aanvrager(s):		Datum: 21 juni 1985.					
								

1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-62-10

1

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Dr. P. Rousseeuw Instelling: Technische Hogeschool Delft Corr.adres: Julianalaan 132, 2628 BL DELFT	Functie: Hoogleraar Telefoon: 015-781635									
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:									
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Multivariate statistische analyse met hoog breekpunt Multivariate statistical analysis with high breakdown point.										
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Technische Hogeschool Delft										
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>In het univariate geval werden schatters met hoog breekpunt reeds geconstrueerd in het begin van de zeventiger jaren (Hampel 1971). In het multivariate geval bleek dit veel moeilijker te zijn. De eerste affine equivariantie locatie-covariantie oplossing kwam van Stahel (1981) en Donoho (1982), een voor meervoudige regressie werden nieuwe schatters voorgesteld door Siegel (1982) en Rousseeuw (1982). Ons doel is om methoden te ontwikkelen met verbeterde statistische efficiëntie evenals snelle algoritmes voor hun implementatie, en om deze ideeën uit te breiden tot andere multivariate technieken zoals clusteranalyse.</p> <p>In the univariate case, estimators with high breakdown point were already constructed in the early seventees (Hampel 1971). In the multivariate case, this has proven to be much more difficult. The first affine equivariant location-covariance came from Stahel (1981) and Donoho (1982), and for multiple new estimators were proposed by Siegel (1982) and Rousseeuw (1982). Our aim is to develop methods with improved statistical efficiency as well as fast algorithms for their implementation, and to extend these ideas to other multivariate techniques such as cluster analysis.</p>										
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam en titel(s)</th> <th>afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th>ten laste van</th> <th>uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Dr. P. Rousseeuw Promotiedemedewerker</td> <td>Statistiek Statistiek</td> <td>THD ZWO</td> <td>15 40</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Dr. P. Rousseeuw Promotiedemedewerker	Statistiek Statistiek	THD ZWO	15 40		
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden								
Dr. P. Rousseeuw Promotiedemedewerker	Statistiek Statistiek	THD ZWO	15 40								
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: ergens in 1985, zo gauw een geschikte promovendus gevonden wordt									
7. Publikaties	Artikelen in vakliteratuur, een boek en eventueel een dissertatie										
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1209      b. Toepassingsgebied (NABS-code): niet specifiek      c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: stochastiek      d. 1980 Mathematics subject classification / 1982 CR Classification Scheme: 62G35, 62F10, 62J05, 62H12</p>										

(zoals in de oorspronkelijke aanvraag, nemits het project nog niet gestart is)

9.

Nadere uitwerking van de probleem-en doelstelling van het onderzoek

Description of aims of the project and of principal problems

It is well-known that many of the classical statistical techniques, such as the least squares estimator and the F-test, do not behave well any more under small deviations from the model assumptions, such as the occurrence of outliers. The aim of robustness theory is to investigate this phenomenon and to construct alternative techniques which are less sensitive to contamination in the data.

The first phase of this research was the minimax approach which started with the pioneering work of Huber (1964) on univariate location. The extension to regression analysis (Huber 1973) takes care of outlying residuals, but not of outliers in the independent variables, which have an overwhelming influence on the fit ("leverage points"). A summary of the minimax approach can be found in Huber's (1981) celebrated book.

The second main phase of robustness theory was the infinitesimal approach, originating with Hampel's (1968) introduction of the influence function (IF) for estimators. Later, this approach was extended to tests (Rousseeuw and Ronchetti 1981), and the change - of - variance function (CVF) was introduced (Rousseeuw 1981, 1982a; Hampel, Rousseeuw and Ronchetti 1981) as a second-order tool which relates to the minimax approach. A summary of the infinitesimal approach can be found in (Hampel et al. 1984). Both the IF and the CVF were generalized to regression analysis (Hampel 1978, Ronchetti and Rousseeuw 1983). The problem of optimal robustness in this sense led to techniques which can handle a certain amount of leverage points, thereby improving on the minimax solution. However, it was shown by Maronna, Bustos and Yohai (1979) that such estimators can never cope with a fraction  $1/(p+1)$  of leverage points, where  $p$  is the number of input variables (and experience shows that this upper bound is optimistic).

This brings us to the third important phase of robustness theory, namely the breakdown approach. The breakdown point was invented by Hampel (1971), and tells us how much contamination an estimator can tolerate. Because in the univariate case it is relatively easy to find estimators with a large breakdown point (e.g. the median, but see Huber 1984 for Pitman estimators), this notion was not used very much in the beginning. However, this changed dramatically after the discovery in 1979 that all robust regression methods being used, have a breakdown point of less than  $1/(p+1)$ , and that the same held for all affine equivariant location-covariance estimators known at that time. This stimulated new research for finding high-breakdown multivariate techniques. This is a very important problem, because a) the amount of contamination which occurs in practical situations goes up with the number of dimensions whereas the breakdown point of the previous methods goes down, and b) contrary to the univariate case, we can no longer rely on our eye and intuition to spot anomalies, as some dramatic examples in higher dimensions have shown. The urgency of this problem was heavily stressed at the last of the annual Princeton meetings on robustness.

For the problem of affine equivariant multivariate location (and corresponding covariance matrices), the first estimator with maximal breakdown point was the Outlyingness-Weighted Mean discovered independently by Stahel (1981) and Donoho (1982). Two other estimators were proposed by Rousseeuw (1983): the Minimal-Volume Ellipsoid estimator and the Minimal Covariance Determinant estimator. For all three estimators, the asymptotic behaviour is only partially known, but preliminary results indicate a rather low statistical efficiency. Moreover, the "straightforward" algorithms lead to large time complexities, hence no operational computer program is yet available for their application. Clearly, high-breakdown multivariate location-covariance estimation is only in the very beginning of its development.

vervolg 9.

For the multiple regression problem, the situation is only slightly more advanced. The first estimator with maximal breakdown point was the Repeated Median of Siegel (1982), which has the disadvantage of not being equivariant for linear transformations and taking too much computation time with its present algorithm. Also, no asymptotics are known. The Least Median of Squares

estimator (Rousseeuw 1982b) does not suffer from these disadvantages, but has a suboptimal rate of convergence for increasing sample sizes. On the other hand, the Least Trimmed Squares estimator (Rousseeuw 1983; Rousseeuw, Daniels and Leroy 1984) has a good rate of convergence, but needs significantly more computation time. Recently, Rousseeuw and Yohai (1983) proposed S-estimators which combine good theoretical properties, but the finite-sample behaviour of which still has to be investigated.

In my opinion, high-breakdown multivariate analysis is an important new research topic in its primary stage of development. I shall now state the specific problems which are to be investigated for this grant.

- A. What is the asymptotic behaviour of the existing high-breakdown affine equivariant location-covariance estimators? If possible, construction of alternatives with higher efficiency, possibly by means of one-step improvements (of type M or using reweighting).
- B. Construction of reasonably efficient algorithms for using these methods on actual data. Probably theoretical work is necessary for determining refined variants which are more easily computable, without losing their favourable properties.
- C. Construction of feasible algorithms for the repeated median and S-estimators for regression.
- D. Investigation of the infinitesimal robustness properties of these estimators (both for location-covariance and regression) by construction of IF and CVF. Is it possible to achieve optimal robustness in this sense?
- E. Is it possible to approximate the finite-sample distribution of these estimators (confidence intervals)?
- F. A simulation study should be carried out to investigate the relative finite-sample performance of the various high-breakdown estimators, as has been done (by Andrews et al, 1972) for the univariate case. We shall focus our attention on the location-covariance case, as the American NSF is already investing half a million dollars over the next years to do this for the regression case (in a very broad setting).
- G. How good are one-step improvements (of type M or reweighting) from such very robust starting points, especially compared to the fully iterated versions? Both theoretical and simulation results would be most welcome.
- H. Construction of tests for stepwise variable elimination and model selection, based on high-breakdown regression estimators.
- I. Is it possible to extend these robustness concepts and ideas to other multivariate techniques, such as cluster analysis?

This list is not restrictive, as it can be expected that solving certain problems will lead to new questions which are equally challenging.

Literature

1. D. Andrews, P. Bickel, F. Hampel, P. Huber, W. Rogers and J. Tukey (1972), Robust Estimation of Location: Survey and Advances, Princeton University Press.
2. D. Donoho (1982), "Breakdown Properties of Multivariate Location Estimators", Technical Report, Harvard University.
3. F. Hampel (1968), "Contribution to the theory of Robust Estimation", Ph.D.thesis, University of Berkeley.
4. F. Hampel (1971), "A General Qualitative Definition of Robustness", Annals of Mathematical Statistics, 42, 1887-1896.
5. F. Hampel (1978), "Optimally Bounding the Gross-Error-Sensitivity and the Influence of Position in Factor Space", 1978 Proceedings of the ASA Statistical Computing Section, 59-64.
6. F. Hampel, P. Rousseeuw, E. Ronchetti (1981), "The Change-of-Variance Curve and Optimal Redescending M-estimators", Journal of the American Statistical Association, 76, 643-648.
7. F. Hampel, E. Ronchetti, P. Rousseeuw, W. Stahel (1984), Robust Statistics : the Infinitesimal Approach, book in preparation for Wiley-Interscience (with contract).
8. P. Huber (1964), "Robust Estimation of a Location Parameter", Annals of Mathematical Statistics, 35, 73-101.
9. P. Huber (1973), "Robust Regression: Asymptotics, Conjectures and Monte Carlo", Annals of Statistics, 1, 799-821.
10. P. Huber (1981), Robust Statistics, Wiley-Interscience.
11. P. Huber (1984), "Finite sample breakdown of M- and P-estimators", Annals of Statistics, 12, 119-126.
12. R. Maronna, O. Bustos, V. Yohai (1979), "Bias- and Efficiency-Robustness of General M-estimators for Regression with Random Carriers", in Smoothing Techniques for Curve Estimation, eds. T. Gasser and M. Rosenblatt, Springer Verlag, 91-116.
13. E. Ronchetti and P. Rousseeuw, "The Change-of-Variance Function and Robust Estimators of Regression", 1983 ASA Proceedings of the Statistical Computing Section, 165-168.
14. P. Rousseeuw (1981), "A New Infinitesimal Approach to Robust Estimation", Zeit.Wahr.verw.Gebiete, 56, 127-132.
15. P. Rousseeuw (1982a), "Most Robust M-estimators in the Infinitesimal Sense", Zeit.Wahr.verw. Gebiete, 61, 541-555.
16. P. Rousseeuw (1982b), "Least Median of Squares Régression", to appear in Journal of the American Statistical Association.
17. P. Rousseeuw (1983), "Multivariate Estimation with high Breakdown Point", Fourth Pannonian Symposium on Mathematical Statistics, 4-9 sept. 1983, Bad Tatzmannsdorf (Austria): to appear in a Reidel book.
18. P. Rousseeuw, B. Daniels, A. Leroy (1984), "Applying Robust Regression to Insurance", Insurance: Mathematics and Economics, 3, 67-72.
19. P. Rousseeuw and E. Ronchetti (1981), "Influence Curves of General Statistics", Journal of Computational and Applied Mathematics, 7, 161-166.
20. P. Rousseeuw and V. Yohai (1983), "Robust Regression by means of S-estimators", invited paper, Workshop on Robust and Nonlinear Methods in Time Series Analysis, Heidelberg, 26-20 sept. 1983: to appear in a Springer Verlag book.
21. A. Siegel (1982): "Robust Regression using Repeated Medians", Biometrika, 69, 242-244.
22. W. Stahel (1981), "Robuste Schätzungen: Infinitesimale Optimalität und Schätzungen von Kovarianzmatrizen", Ph.D. thesis, ETH Zürich.

---

10.**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

Tentative research plan (see under 9)  
1985: A. and B. (and start thinking about I.)  
1986: C. and D.  
1987: E. and F.  
1988: G. and H.

---

11.**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

With the planning under 10., every year contains a combination of theoretical and practical problems. The actual division of the work among us will depend on the orientation of the people available at that time.

The thesis student (promotiedemedewerker) will start with a documentation and learning period. I will act as thesis adviser (promotor).

---

12.**Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:** 10-62-10

---

13.**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Geen financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron.

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12 maanden	7000,-	p.m.
	raming	1987	12 maanden	-----	p.m.
	raming	1988	12 maanden	-----	p.m.
	raming	1989			
	raming	1990			

15

## Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun

a. Personeel			
Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum
Promotiemeedewerker standaard salaris.	(vanaf indiensttreding) full time voor 4 jaar,		

### b. Apparatur

Het zou erg nuttig zijn moest ZWO kunnen voorzien in een IBM PC compatible microcomputer voor de duur van het onderzoek, zoals bv. een Olivetti M24 met 256K (kostprijs ongeveer 7000 gulden).

#### c. Bezoeken buitenlandse deskundigen

(Kunnen waarschijnlijk door de TH Delft gedragen worden, mits niet te frequent.)

**d. Reis- en overige kosten**

Voor de promotiemedewerker:

Binnenland

20 kleine verplaatsingen (seminaries, colloquia, etc.)  
aan 35,- per verplaatsing  
1 wetenschappelijke bijeenkomst (bv. Lunteren)

## Buitenland

2 statistische bijeenkomsten à f 750,- f 1500,-

## Ondertekening

Aanvrager(s): Prof. Dr. ....

**Datum:** 29 juni 1985





1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-64-02

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. A. Schrijver Instelling: Subfaculteit Econometrie, Kath. Hogeschool, Tilburg Corr.adres: Postbus 90153, 5000 LE TILBURG	Functie: hoogleraar Telefoon: 013-662348 (resp.662430)									
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:									
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Polyhedrale en polynomiale methoden in de combinatorische optimalisering Polyhedral and polynomial methods in combinatorial optimization										
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Subfaculteit Econometrie, Katholieke Hogeschool Tilburg										
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling    Technical abstract	<p>Het bestuderen, ontwerpen en ontwikkelen van polyhedrale karakteriseringen, polynomiale algoritmen en min-max relaties voor discrete optimalisingsproblemen.</p> <p>The study, design and development of polyhedral characterizations, polynomial algorithms and min-max relations for discrete optimization problems.</p>										
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek   Researchers involved in the project	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam en titel(s)</th> <th>afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th>ten laste van</th> <th>uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof.dr. A. Schrijver ir. C.A.J. Hurkens ir. A.M.H. Gerards</td> <td>wiskunde/discrete wiskunde wiskunde wiskunde/combinatorische optimalisering</td> <td>K.H.T. Z.W.O. K.H.T.</td> <td>20 40 20</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Prof.dr. A. Schrijver ir. C.A.J. Hurkens ir. A.M.H. Gerards	wiskunde/discrete wiskunde wiskunde wiskunde/combinatorische optimalisering	K.H.T. Z.W.O. K.H.T.	20 40 20		
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden								
Prof.dr. A. Schrijver ir. C.A.J. Hurkens ir. A.M.H. Gerards	wiskunde/discrete wiskunde wiskunde wiskunde/combinatorische optimalisering	K.H.T. Z.W.O. K.H.T.	20 40 20								
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 september 1985									
7. Publikaties	rapporten, artikelen en eventueel een proefschrift										
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1207 (discrete optimization) b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie d. 1980 Mathematics Subject Classification:										

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

#### POLYHEDRALE EN POLYNOMIALE METHODEN IN DE COMBINATORISCHE OPTIMALISERING.

Doelstelling van het project is het bestuderen, ontwerpen en ontwikkelen van polyhedrale karakteriseringen, polynomiale algoritmen en min-max relaties voor combinatorische optimaliseringproblemen.

Veel combinatorische optimaliseringproblemen kunnen worden beschreven als een lineair programmeringsprobleem, waardoor vaak efficiënte methoden kunnen worden afgeleid. Een basisaanpak is als volgt.

Een grote klasse van combinatorische optimaliseringproblemen komt neer op: gegeven een eindige verzameling  $S \subset \mathbb{R}^n$  (vaak impliciet gegeven, bijvoorbeeld als de verzameling van karakteristieke vectoren van matchings in een graaf), en een "gewichtsfunctie"  $w \in \mathbb{R}^n$ , bepaal  $\max\{w^T x \mid x \in S\}$ . Als we nu het convex omhulsel  $\text{conv}(S)$  van  $S$  kunnen beschrijven door middel van een stelsel  $Ax \leq b$  van lineaire ongelijkheden, dan weten we:

$$\max\{w^T x \mid x \in S\} = \max\{w^T x \mid x \in \text{conv}(S)\} = \max\{w^T x \mid Ax \leq b\}.$$

Dus het combinatorische probleem is beschreven als een LP-probleem, en we kunnen nu LP-methoden toepassen: de simplex-methode, de ellipsoide-methode, primaal-duaal methoden. Met de ellipsoide-methode kan vaak de oplosbaarheid van het probleem in polynomiaal-begrenste tijd worden aangetoond. Dit kan ook als  $A$  en  $b$  zelf exponentiële afmetingen hebben: voldoende is dat het stelsel  $Ax \leq b$  in polynomiale tijd getest kan worden. (De door Lenstra, Lenstra en Lovász opgestelde basis-reductie methode wordt hier toegepast.)

Met deze "polyhedrale" benadering kon voor verschillende problemen de polynomiale oplosbaarheid worden afgeleid, en konden praktische algoritmen worden opgesteld. Eén van de hoofdproblemen is dus: voor welke combinatorische problemen is  $\text{conv}(S)$  "mooi" te beschrijven?

vervolg 9.

Ook als  $\text{conv}(S)$  niet volledig door middel van lineaire vergelijkingen kon worden beschreven, is een bestudering van  $\text{conv}(S)$  behulpzaam bij het oplossen van het combinatorische probleem in de praktijk: als  $\text{conv}(S) \subset \{x \mid Ax \leq b\}$ , dan is  $\max\{w^T x \mid x \in S\} \leq \max\{w^T x \mid Ax \leq b\}$ , en dan kan het LP-maximum dienen als bovengrens in een branch-and-bound methode. Dit is de basis voor de "sneden-methoden" waarmee recent grote "NP-volleidige" combinatorische optimalisatiesproblemen konden worden opgelost (het handelsreizigersprobleem (M. Grötschel, M. Padberg), (0,1)-programming (H. Crowder, E. Johnson, M. Padberg)).

Binnen het gebied zijn nog veel problemen onopgelost, waarvan hieronder een aantal worden genoemd, die elk een serieus onderzoek waard zijn.

1. Het vertex-packing probleem. Gegeven een graaf  $G = (V, E)$  en een gewichtsfunctie  $w: V \rightarrow \mathbb{Z}_+$ , vind een "coclique" (verzameling onafhankelijke punten) van maximaal gewicht. Dit probleem is NP-volleidig. Aan de andere kant zijn voor verschillende, niet-triviale klassen van grafen polynomiale methoden gevonden. Bovendien is recent een voor iedere graaf geldende bovengrens voor het maximum gewicht gevonden, welke de scherpst bekende, in polynomiale tijd te berekenen bovengrens is. (De grens is gebaseerd op Lovász  $\vartheta$ -bovengrens voor de Shannan-capaciteit - zie M. Grötschel, L. Lovász & A. Schrijver, Relaxations of Vertex Packing, preprint, 1984.)

Problemen op dit gebied zijn o.a.:

- Karakteriseer de grafen waarvoor de bovengenoemde bovengrens steeds gelijk is aan het maximum gewicht van een coclique.
- Geeft de bovengrens een praktische (branch-and-bound) methode voor "large scale" vertex-packing problemen?

2. Snedenvmethoden. Voor iedere rationale matrix  $A$  bestaat een getal  $k$  zó dat ieder geheeltallig LP-probleem over  $A$  met behulp van ten hoogste  $k$  "ronden" van Gomory-sneden kan worden opgelost (zie W. Cook, A.M.H. Gerards, A. Schrijver & É. Tardos, Sensitivity results in integer programming, preprint, 1985). De kleinste  $k$  met deze eigenschap heet de *Chvátal-rang* van  $A$ . De geheeltallige matrices met Chvátal-rang 0 zijn dan precies de totaal-unimodulaire matrices. Voor enige andere klassen van matrices kon worden bewezen dat deze Chvátal-rang 1 hebben (zie A.M.H. Gerards & A. Schrijver, Matrices with the Edmonds-Johnson property, preprint, 1985).

Problemen op dit gebied zijn o.a.:

- Karakteriseer de matrices met Chvátal-rang 1.
- Kan, voor iedere vaste  $k$ , ieder geheeltallig LP-probleem over een matrix met Chvátal-rang  $k$ , in polynomiaal-begrenste tijd worden opgelost?

3. Disjuncte pad problemen. Recent bestaat er belangstelling in de theoretische informatica voor het volgende probleem: gegeven een graaf  $G = (V, E)$  en een aantal paren  $s_1, t_1, \dots, s_k, t_k$  van punten van  $G$ ; bepaal of er kantdisjuncte paden  $P_1, \dots, P_k$  bestaan zó dat  $P_i$  van  $s_i$  naar  $t_i$  loopt ( $i=1, \dots, k$ ). Dit probleem doet zich voor bij het ontwerpen van "integrated circuits" (zie

K. Mehlhorn & F.P. Preparata, Routing through a rectangle, verschijnt in Journal of the ACM; M. Kaufmann & K. Mehlhorn, Routing through a generalized switchbox, rapport Universität Saarbrücken, 1984; M. Becker & K. Mehlhorn, Algorithms for routing in a planar graph, rapport Universität Saarbrücken, 1984 (verschijnt in Acta Informatica)). Polyhedrale en ellipsoidale technieken zijn ook hier toepasbaar, tezamen met methoden uit de "multicommodity flow" theorie (zie A. Frank, Disjoint paths in a rectilinear grid, Combinatorica 2 (1982) 361-371; A. Frank, Edge-disjoint paths in planar graphs, rapport Institut für Operations Research, Universität Bonn, 1984 (verschijnt in Journal of Combinatorial Theory)). Een ander recent resultaat werd verkregen door N. Robertson en P.D. Seymour: voor iedere vaste  $k$  bestaat er een polynomiale algoritme voor bovenstaand probleem.

Open problemen op dit gebied zijn o.a.:

- Is er een polynomiale algoritme voor de door Kaufmann en Mehlhorn beschreven klasse van problemen (Kaufmann en Mehlhorn geven een "goede karakterisering")?
- Hoe kan het werk van Mehlhorn e.a. en van Frank in één verband worden gebracht?

---

10.**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1e jaar (1985-86): bestudering van een of meer van de bovengenoemde probleemgebieden, en mogelijke ontwikkeling van eigen resultaten;  
2e jaar (1986-87): voortzetting onderzoek, en ontwikkeling van eigen resultaten;  
3e jaar (1987-88): verdere ontwikkeling van eigen resultaten, en rapportering in de vorm van rapporten en artikelen;  
4e jaar (1988-89): verdere ontwikkeling van eigen resultaten, en rapportering, zo mogelijk in de vorm van een proefschrift.

---

11.**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Het verrichten van onderzoek op het gebied van de polyhedrale en polynomiale methoden in de combinatorische optimalisering, uitmondend in een promotie.  
Als promotor zal optreden Prof.dr. A. Schrijver.

---

12.**Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:**

---

13.**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

4

Dossiernummer: 10-64-02

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personnel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985	4		
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		p.m.
	raming	1988	12		p.m.
	raming	1989	8		p.m.
	raming	1990			
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	ir. C.A.J. Hurkens	wet.assistent	1 september 1985	31 augustus 1989	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Gevraagd wordt f 1.500 per jaar voor bezoeken aan conferences, workshops e.d. in binnen- en buitenland.				
Ondertekening	Aanvrager(s): 		Datum: 11 juli 1985		

1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-64-05

1

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr.Ir. J.W. Cohen Instelling: Mathematisch Instituut R.U.U. Corr.adres: Budapestlaan 6, De Uithof, 3584 CD Utrecht	Functie: hoogleraar Telefoon: 030-53 37 63																	
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:																	
2. Titel v.h. onderzoek  Title of project	<p>Randwaarde problemen (Riemann-Hilbert, Wiener-Hopf) in de analyse van stochastische wandelingen en wachttijd modellen.</p> <p>Boundary value problems in the analysis of random walks and queueing models.</p>																		
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, R.U. Utrecht																		
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling	<p>De mathematische analyse van stochastische wandelingen en wachttijd modellen met een twee dimensionale toestandsruimte vereist het oplossen van gecompliceerde functionaalvergelijkingen. In de periode 1979-1981 is de aanvrager er in geslaagd deze vergelijkingen te transformeren in randwaarde problemen, een breed veld van onderzoek is hierdoor toegankelijk gemaakt. Belangrijke resultaten, theoretisch zowel als applicatief, kunnen nu verkregen worden.</p>																		
Technical abstract	<p>The mathematical analysis of random walks and queueing models with a two-dimensional state space requires the solution of complicated functional equations. In the period 1979-1981 the applicant has found the method to transform these equations into boundary value problems, a large field of research has been made accessible by this approach. Important results, theoretical as well as applicable, may be expected to follow from further research.</p>																		
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek   Researchers involved in the project	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam en titel(s)</th> <th>afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th>ten laste van</th> <th>uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof.dr.ir. J.W. Cohen</td> <td>Prob. &amp; Op. Analysis</td> <td>R.U.U.</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Dr.ir. O.J. Boxma</td> <td>Prob. &amp; Op. Analysis</td> <td>R.U.U.</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Drs. S.J. de Klein</td> <td>Prob. &amp; Op. Analysis</td> <td>Z.W.O.</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Prof.dr.ir. J.W. Cohen	Prob. & Op. Analysis	R.U.U.	10	Dr.ir. O.J. Boxma	Prob. & Op. Analysis	R.U.U.	10	Drs. S.J. de Klein	Prob. & Op. Analysis	Z.W.O.	40		
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden																
Prof.dr.ir. J.W. Cohen	Prob. & Op. Analysis	R.U.U.	10																
Dr.ir. O.J. Boxma	Prob. & Op. Analysis	R.U.U.	10																
Drs. S.J. de Klein	Prob. & Op. Analysis	Z.W.O.	40																
6. Totale subsidie- periode	Duur: 6 years	Aanvang: July 1st, 1983																	
7. Publikaties	International Mathematical Journals, dissertations.																		
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1202 1203 1207 1208      b. Toepassingsgebied (NABS-code): 24, 25 652      c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Besliskunde en Systeem Theorie      d. 1980 Mathematics Subject Classification: 60J15 60K25 90B22</p>																		

<b>9a. voor nieuw onderzoek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>
<b>9b. voor continuerings- aanvragen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>
	<p>9a. of 9b.</p> <p>Randwaarde problemen (Riemann-Hilbert, Wiener-Hopf) in de analyse van stochastische wandelingen en wachttijd-modellen.</p> <p>Periode 1-7-'84 - 1-7-'85.</p> <p>Activiteiten Drs. S.J. de Klein:</p> <p>Door Drs. de Klein is geschreven de preprint: Two parallel queues with simultaneous service demands, Preprint R.U. Utrecht, nr. 360, Dec. '84.</p> <p>Deze studie is een belangrijke generalisatie van een studie van L. Flatto, Bell Lab. Murray Hill. De in Utrecht ontwikkelde randwaarde theorie heeft deze generalisatie mogelijk gemaakt. Daarnaast is de studie binnen het kader van de randwaarde theorie van methodologisch belang. De studie van dit model zal nog worden vervolgd, zo zullen numerieke aspecten nog geanalyseerd moeten worden.</p> <p>Drs. de Klein heeft in manuscript gereed een studie betreffende: "The M/M/2 queue formulated as a Riemann-Hilbert problem".</p> <p>Momenteel ontwikkelt Drs. de Klein een analyse en computer programma voor de numerieke behandeling van niet-lineaire integraalvergelijkingen van het type dat een centrale rol vervult in de randwaarde theorie van stochastische wandelingen en wachttijd problemen.</p> <p>Drs. de Klein bezocht het congres Performance '84, Parijs, alwaar hij diverse contacten had met buitenlandse onderzoekers. Hij heeft deelgenomen aan de landelijke bijeenkomst: Operationele Research, Lunteren, Jan. 1985; alsmede nam hij deel aan de Internationale Workshop: Boundary Value Problems in Queueing System Analysis, Delft, Jan. 1985, en hield hier een voordracht over het onderwerp van zijn bovengenoemde preprint.</p> <p>In het kader van het huidige project zijn de volgende preprints verschenen:</p> <p>Dr.ir. O.J. Boxma, Two symmetric queues with alternating service and switching times, Preprint 328, Febr. 1984, Math. Inst. R.U.U. als lezing gepresenteerd tijdens het Congres Performance '84, Parijs, Dec. 1984, en Internat. Workshop, Boundary Value Problems in Queueing System Analysis, Delft, Jan. 1985. Als artikel gepubliceerd in: Performance '84, Elsevier Science Publ., p. 409-431, Amsterdam, 1984, ed. E. Gelenbe.</p> <p>Prof.dr.ir. J.W. Cohen, On a functional relation in three complex variables: three coupled processors, Preprint nr. 359, Dec. 1984. Math. Inst. R.U.U.; On the analysis of parallel, independent processors, Preprint 374, March 1985, Math. Inst. R.U.U.</p> <p>A two queue, one server model with priority for the longer queue, Preprint nr. 379, April 1985, Math. Inst. R.U.U.</p>

vervolg 9.

Bovengenoemde studie van Dr. Boxma presenteert een nagenoeg volledige analyse, m.b.v. de randwaarde theorie, van een wachttijd model dat momenteel veel interesse in de Computer Science heeft.

De beide eerstgenoemde studies van Prof. Cohen zijn oriënterende studies omtrent de randwaarde problematiek voor stochastische modellen met een drie dimensionale toestandsruimte. De verkregen resultaten zijn van theoretisch belang. Op dit gebied is nog veel onderzoek nodig. Er zijn vele open problemen, i.h.b. t.a.v. de numerieke evaluatie.

De derde studie van Prof. Cohen spruit voort uit een Japans onderzoek.\*). Ook hier bleek dat met de randwaarde theorie interessante resultaten verkregen werden.

In de oorspronkelijke aanvraag werd het toekomstig onderzoek indicatief omschreven, zie de punten i.,...,vi, bijlage 1 blz. 2b. Ten aanzien hiervan de volgende opmerkingen.

- adi. Dit punt dient gehandhaaft te blijven; opgemerkt zij dat onderzoek door Dr. J.P.C. Blanc reeds enig inzicht in deze problematiek heeft verschafft.
- adii. Dit punt is nog niet in een nadere studie ter hand genomen.
- adiii. Hieraan is al wel enige aandacht besteed. Concrete resultaten zijn echter nog niet vorhanden.
- adiv. Aan dit punt kan nog geen aandacht besteed worden.  
Het is een belangrijk punt van onderzoek, dat gehandhaafd moet worden; zodra mankracht beschikbaar is moet hieraan aandacht besteed worden.
- adv. Enig inzicht in deze probleemstelling is verkregen in bovengenoemde studies van Prof. Cohen. Dit probleem gebied dient gehandhaaft te blijven, onderzoek naar benaderingsmethoden lijkt hier tevens een belangrijk uitgangspunt te zijn.
- advi. De bovengenoemde preprint van Drs. De Klein is een essentiële bijdrage. Continuering van dit onderzoek i.h.b. onderzoek van diffusie approximaties is van eminent belang, theoretisch alsmede voor praktische toepassing.

Samenvattend. Het onderzoek in de jaren '83, '84, '85 vordert gestaag, nieuwe resultaten alsmede verdieping van inzicht worden verkregen; er blijft echter nog zeer veel werk te doen, zowel t.a.v. de theoretische, de applicatieve als de numerieke aspecten.

Vermeld zij dat Dr. L. Flatto Nederland heeft bezocht en, alhoewel zijn reis niet in het kader van het onderhavige project gefinancierd werd, met hem uitgebreid van gedachten is gewisseld omtrent de randwaarde problemen.

\*) Electr. Comm. Labs., Nippon Teleph. Telegraph

**9.****Nadere uitwerking van de problemen en doelstelling van het onderzoek****Description of aims of the project and of principal problems**

Boundary value problems in the analysis of random walks and queueing models.

The random walk in  $\mathbb{R}_1$  is one of the most basic models in probability theory, and as such it has a long history of its own. It serves as a model for a large variety of physical, management science and operational models; in particular for the basic models of queueing theory. In the period 1910-1965 there has been a strong interaction between the developments in random walk theory and queueing theory, the highlights being: Kendall's introduction of the imbedded Markov chain at the regeneration points, Spitzer's identity and Wiener-Hopf factorisation, Pollaczek's approach by means of singular integral equations. These approaches made it possible to analyze the models without specifying in detail the probability distributions which characterize in random walks the one step displacement, in queueing models the service and interarrival times; analysis by means of description as birth- and death processes is in general only possible if the distributions just mentioned are very specific.

Around 1965 a general know-how was available concerning the mathematical techniques to be applied for the ultimate numerical analysis of one-dimensional state space models as occurring in the applications (Teletraffic, Management Science, Computer modelling).

For more complicated models, in particular models with a two-dimensional state space, no general mathematical analysis was available, and simulation techniques provided the only possibility to obtain some numerical data. Simulation of stochastic processes is a very difficult subject, it is powerful in concrete situations, but costly; it requires a great skill, and unfortunately yields mostly only incidental results.

Around 1965 only two studies (Groeneveld [1], Kingman [2]) were available in which a two-dimensional queueing model was analyzed more or less completely, by using the technique of uniformisation. From a mathematical methodological point of view this approach is interesting, from a probabilistic and also from an operational viewpoint it is, however, of not much use because it can be only applied if the model characteristics (probability distributions) fall into a certain class.

The enormous developments in computer technology, in macro- and micro electronics, and in communication engineering in the past decade created a great need for more analytic knowledge concerning the basic traffic performance models encountered in the structural design.

At various institutes (Bell Laboratories, IBM Yorktown Heights [7],[8], INRIA Rocquencourt, France) scientists started with the theoretical research of those performance models. In 1977 the applicant started with a long term research project concerning random walk models with two-dimensional state space,

vervolg 9.

models which appear to be basic for the type of performance models referred to above. The first model investigated (M/G/2-model, Cohen [3]) appeared to be a Wiener-Hopf type boundary value problem. In 1978 Fayolle [4] and Iasnogorodski [5,6] showed that the problem of the "shorter queue" (a two server model with an arriving customer choosing at his arrival the shorter queue) could be formulated as a Riemann boundary value problem (Determination of a function analytic in a simply connected domain, its real and imaginary part satisfying at the boundary a linear relation of which the coefficients are known functions along the boundary).

The approach by Fayolle and Iasnogorodski contained an essential element, but can only applied for the case that interarrival and service time distributions are both negative exponential. Compared, however, with the recent work of Flatto and McKean [7], who use uniformisation, it has been a great step forward. At Utrecht in 1979-1980 the applicant succeeded in removing one of the restrictions. An analytical technique has been developed for arbitrarily distributed service times. An important model (the alternating service model, Cohen-Boxma [9]) has been fully solved, the numerical analysis involved, although it needs conformal mapping, is easily tractable, with only a very slight computer effort.

A thesis by Drs. Blanc on this type of analysis will be shortly completed.

The approach developed in 1979-1980, although of great interest for a large variety of basic queueing models with two-dimensional state space, is still too closely related to the specific structure of the queueing process (viz. the Poissonian character of the arrival streams). In 1981 the applicant succeeded in overcoming this restriction and found the method to analyse fully the random walk on the lattice in the first quadrant which is skipfree to the West, South-West and South, its one-step displacement distribution being completely arbitrary, see [10]. The removal of the restriction of "skipfreeness" seems to be a matter of technique, rather than of deep new ideas.

In short the central idea of the mathematical analysis of two dimensional random walks is along the following lines.

Denote by  $\underline{x}_n, \underline{y}_n$ ,  $n=0,1,\dots$ , the position of the random walk at time  $n$ , by  $(\underline{x}_0, \underline{y}_0)$  its initial position,  $\underline{x}_0, \underline{y}_0, \underline{x}_n, \underline{y}_n$  all nonnegative and integer valued, and by  $\{\xi_n, \eta_n\}$  the one-step (vectorial) displacement at time  $n$ ;  $(\xi_n, \eta_n)$ ,  $n=0,1,\dots$ , being independent, identically distributed stochastic vectors, with integer valued components.

The generating function

$$(1) \quad \Phi_{xy}(r, p_1, p_2) := \sum_{n=0}^{\infty} r^n E\{p_1^{\underline{x}_n}, p_2^{\underline{y}_n} | \underline{x}_0 = x, \underline{y}_0 = y\}$$

$$|r| < 1, |p_1| \leq 1, |p_2| \leq 1,$$

should satisfy a linear relation,

vervolg 9.

$$(2) \quad a(p_1, p_2) \Phi_{x,y}(r, p_1, 0) + b(p_1, p_2) \Phi_{x,y}(r, 0, p_2) + c(p_1, p_2) \Phi_{x,y}(r, 0, 0) = \\ d(p_1, p_2) \quad \text{for } |r| < 1, |p_1| \leq 1, |p_2| \leq 1,$$

for all those  $(p_1, p_2)$  which satisfy

$$(3) \quad 1 - rE \left\{ p_1 \frac{\xi}{p_2} \right\} = 0, \quad |r| < 1, \quad |p_1| \leq 1, \quad |p_2| \leq 1,$$

here  $a(\cdot, \cdot), \dots, d(\cdot, \cdot)$  are known functions.

It has been shown (cf. Cohen [10]) that for the skipfree model a contour  $L$ , bounding a simply connected domain  $L^+$ , exists, such that

$$(4) \quad p_1 = p_1(z) \text{ is analytic for } z \in L^+, \\ \text{is continuous " } z \in L^+ \cup L, \\ p_2 = p_2(z) \text{ is analytic for } z \in L^-, \quad L^- := \mathbb{R}_2 \setminus \{L^+ \cup L\}, \\ \text{is continuous " } z \in L^- \cup L,$$

and  $\{p_1(z), p_2(z)\}$ ,  $z \in L$  satisfies (3). The contour  $L$  is uniquely determined by a singular integral equation. The determination of  $\Phi_{xy}(r, p_1, 0)$  and  $\Phi_{xy}(r, 0, p_2)$  with  $p_1$  and  $p_2$  as given by (4) leads to a Riemann-Hilbert type of boundary value problem on the contour  $L$ .

There exists an extensive literature on Riemann-Hilbert boundary value problems, cf. Gakhov [11], Muskhelishvili [12], Michlin & Pröszdorf [13]; these types of problems are closely related to the field of singular integral equations.

In the area of boundary value problems the problem formulated above is of a new type, because usually the contour  $L$  is given a priori.

The present approach for the analysis of random walks is a very promising one, it yields an explicit expression for the potential  $\Phi_{xy}(r, p_1, p_2)$ , the central characteristic in random walk analysis.

The future research should concern:

- i. The limiting behaviour for  $n \rightarrow \infty$ ; due to the structure of  $L$ , which may contain a critical point, the required asymptotic analysis is not simple;
- ii. The study of hitting and entrance times along the lines discussed by Spitzer [14].
- iii. The removal of the "skipfree" condition;
- iv. The formulation and investigation of the problem by means of singular integral equations;
- v. The extension to random walks with  $n$ -dimensional discrete state space;
- vi. The two-dimensional random walk with (continuous) state space the first quadrant of  $\mathbb{R}_2$ .

vervolg 9.

ad i, ii, iv. These problems will require much analysis, but undoubtedly they can be solved and will yield many new results.

ad iii. The solution of this problem seems to be within reach of the analytical approach recently developed.

ad v. This problem will be hard, but recent new developments of three dimensional boundary problems in continuum mechanics might provide some new clues.

ad vi. The recently developed ideas, see above, for two-dimensional random walks with discrete state space are undoubtedly also applicable in a slightly modified version in the case of a continuous state space. From the point of queueing theory this problem is of great interest for the analysis of virtual waiting times.

#### References

- [1] Groeneveld, J. Wachttijdprobleem.  
1959, unpublished.
- [2] Kingman, J.F.C. Two similar queues in parallel, Ann. Math. Stat. 32  
(1961) 1314-1323.
- [3] Cohen, J.W. On the M/G/2 queueing model, Report Math. Inst. Univ. Utrecht  
1979, to be published in Stoch. Proc. and Applications.
- [4] Fayolle, G. Méthodes analytiques pour les files d'attente couplées, Thesis,  
Univ. de Paris VI, Paris, 1979.
- [5] Iasnogorodski, R. Problèmes frontières dans les files d'attente, Thesis,  
Univ. de Paris VI, Paris, 1979.
- [6] Fayolle, G. and Iasnogorodski, R. Two coupled processors: the reduction  
to a Riemann-Hilbert problem, Z.Wahrscheinlichkeitstheorie 47 (1979)  
325-351.
- [7] Flatte, L & McKean, H. Two queues in parallel, Commun. Pure Appl. Math.  
20 (1977) 255-260.

vervolg 9.

- [8] Konheim, A.G., Meilijson, I. & Melkman, A. Processor sharing of parallel lines, Math. Dept. IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, 1978.
- [9] Cohen, J.W. & Boxma, O.J. The M/G/1 queue with alternating service formulated as a Riemann- Hilbert problem, in: Performance '81 (Ed. F.J. Kylstra) Proc. of the 8th Int. Symp. on Computer Performance Modelling, (North Holland Publ. Cy., Amsterdam, 1981) 181-199.
- [10] Cohen, J.W. Analysis of the left continuous random walk on the lattice in the first quadrant, Report Math. Inst.. Univ. Utrecht, 1981.
- [11] Gakhov, F.D. Boundary Value Problems, Pergamon Press, Oxford, 1966.
- [12] Muskhelishvili, N.I. Singular Integral Equations, Noordhoff, Groningen, 1953.
- [13] Michlin, S.G. & Prösdorf, S. Singuläre Integral Operatoren, Akademie Verlag, Berlin, 1980.
- [14] Spitzer, F. Principles of Random Walk, D. van Nostrand Company, Princeton, New Jersey, 1964.

**Wetenschappelijke informatie; vervolg****Dossiernummer:** 10-64-05**10.**

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1985-1987      i, iii, vi.  
1986-1989      ii, iv, v.

**11.**

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

**12.  
Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:****13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-64-05

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	6		p.m.
	raming	1988			
	raming	1989			
	raming	1990			
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beeindigingsdatum	
	Drs. S.J. de Klein	Doctoraal Wiskunde	01-07-1983	01-07-1987	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	----				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	Bij voorkeur Dr. F. Baccelli (INRIA, Parijs), Prof. E. Meister (Univ. Darmstadt)				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Bijwoning congressen i.h.b.: Conferentie WG. Besliskunde WG. Stochastiek Landelijk Seminarium } 1986 1000 1987 1000 1988 500 1989 500				
	Het bedrag "Reis- en overige kosten" is verhoogd t.o.v. de aanvraag van vorig jaar, omdat de ontwikkeling van het onderzoek uitvoerige computer berekeningen noodzakelijk maakt. (1986: 3000; 1987: 2000; 1988: 2000; 1989: 2000)				

Ondertekening

Aanvrager(s):

Prof.dr.ir. J.W. Cohen

Datum:

21/5/85

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-64-06	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. R.F. Curtain Instelling: Rijksuniversiteit Groningen Corr.adres: Postbus 800, 9700 AV GRONINGEN	Functie: Hoogleraar Telefoon: 050-116714		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Meetkundige aspecten van oneindig dimensionale systemen  Geometric aspects of infinite dimensional linear systems			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, Hoogbouw WSN, Paddepoelcomplex, Rijksuniversiteit Groningen			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>Het voorgestelde onderzoek volgt het thema "Het meetkundige struktuur van oneindig dimensionale systemen". De bedoeling is om de mogelijke veralgemeening van de bestaande eindig dimensionale begrippen, zoals "conditioned invariant", "controlled invariant", regelbare en stabiliseerbare deelruimten en hun "bijna" varianten, tot oneindige dimensies uit te breiden. Tegelijkertijd zal er worden uitgezocht in hoeverre het mogelijk is om deze theorie te gebruiken om ontwerpsproblemen voor oneindigdimensionale systemen zoals stabiliseren, op te lossen. Speciaal zal nadruk worden gelegd op systemen met verdeelde parameters en vertraagde systemen.</p> <p>The proposed research has as theme the geometric structure of linear infinite dimensional systems. It is intended to examine the possible generalization of the finite dimensional geometric concepts, such as conditioned invariant, controlled invariant, controllability and stabilizability subspaces and their "almost" versions to an infinite dimensional setting. At the same time the possibility of using this theory to solve design problems such as stabilization and control for infinite dimensional systems will be investigated with special emphasis on on delay and distributed systems.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Prof. R.F. Curtain (aanvrager) (proposeur)	wiskunde/(regel- en systeem theorie) (mathematics/control and systems theory)	RUG	6 uur
	Heiko Johannes Zwart	functionaal analyse/regel- en systeemtheorie (functional analysis/con- trol and systemstheory)	ZWO	40 uur
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 november 1984		
7. Publikaties	1. dissertatie 2. artikelen in de vakliteratuur	3. bijdragen voor wetenschappelijke conferenties		
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie):      b. Toepassingsgebied (NABS-code):      c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband:      d. 1980 Mathematics Subject Classification:</p>			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

## 9a. of 9b.

The proposed research was to investigate possible extensions of the geometric approach to systems theory to linear infinite-dimensional systems. The proposer had already made some investigations in this area, [1]-[3], [5], [6], [7] and Drs. Zwart had done some preliminary work in his Master's Thesis, [8]; these results were surveyed at the CDC in December, 1984, [4]. In fact most of these results are rather special and rely on a certain technical condition holding, Since November, 1985; Drs. Zwart has been rethinking the concept of a maximal  $(A, B)$ -invariant subspace and trying to understand why it does not always exist. This has led to some interesting partial results on the structure of maximal  $(A, B)$ -invariant subspaces, in particular for spectral systems. For the case of a scalar input the concepts of invariant zeros and vectors have been generalized. These always exist and so form a more fundamental concept than that of maximal  $(A, B)$ -invariant subspaces, and are the key to understanding the latter. For spectral systems with a discrete spectrum, we have a necessary and sufficient condition for trajectory  $(A, B)$ -invariance in terms of the invariant zeros and invariant vectors. Connections with the results in [6] and the subspace algorithms should reveal more insight to this very complex problem

Publications

1. R.F. Curtain,  $(C, A, B)$ -pairs in Infinite Dimensions (Systems and Control Letters, (1984), 23, pp. 59-65.
2. R.F. Curtain, Decoupling in Infinite Dimensions, Systems and Control Letters, (1985) 5, p. 249-254.
3. R.F. Curtain and D. Salamon, A Note on the Disturbance Decoupling Problem for Retarded Systems, Systems and Control Letters (1985), 5, p. 335-338.
4. R.F. Curtain, Invariance Concepts and disturbance decoupling for infinite-dimensional systems, "Proc. 23rd IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, 1984.

Conferenties

5. R.F. Curtain, Disturbance decoupling for distributed systems by boundary control, presented at the conference on "Control for Distributed Parameter Systems and Applications 2", July, 1984, Vorau, Austria.

Andere

6. R.F. Curtain, Invariance Concepts in Infinite Dimensions (to appear in SIAM J. Control & Optimiz).

vervolg 9.

7. R.F. Curtain, Disturbance decoupling by measurement feedback with stability for infinite dimensions, (submitted).
8. J.H. Zwart, Some Invariance Concepts for Infinite Dimensional Linear Systems, M. Sc. Thesis, R.U.G., 1984.

**10.**

Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987

- 1986: Generalization of the concepts of invariant zeros and vectors to multi-input multi-output systems and relationships to maximal  $(A, B)$ -invariant and controllability subspaces, and the various algorithms for calculating them. The link to the disturbance decoupling problem will be made.
- 1987: Almost invariance concepts.
- 1988: Writing up.

**11.**

Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)

Onderzoek verrichten over het onder 9 genoemd probleem.

**12. Hervnieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

**13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

niets.

Inclusief terugval op 10% de resultaten

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-64-06

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	2 maanden			
	aangevraagd	1985	12 maanden			p.m.
	toegekend	1985	12 maanden			p.m.
	AANVRAAG	1986	12 maanden			p.m.
	raming	1987	12 maanden			p.m.
	raming	1988	10 maanden			p.m.
	raming	1989				
	raming	1990				
15.	<b>a. Personeel</b>					
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum		
	Heiko Johannes Zwart Neptunusstraat 63 9742 JL GRONINGEN  050-714207	wetenschappelijk assistent	november 1984	1987-1988		
	<b>b. Apparatuur</b>					
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>					
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>					
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- f 364,55 is toegekend voor deelneming van Drs. H.J. Zwart aan de Benelux Meeting on Systems and Control te Louvain-La Neuve van 16-18 januari 1985. Er was f 394,50 aangevraagd.</li> <li>- Naar schatting f 300,- voor deelneming van Drs. H.J. Zwart aan de Workshop "Operator Theory and its Applications" van 4-7 juni, 1985 te Amsterdam.</li> <li>- f 4500,- voor deelneming van Drs. H.J. Zwart aan de conferentie "Control Theory for Distributed Systems", januari 1986, University of Florida, U.S.A.</li> <li>- f 350,- voor deelneming van Drs. H.J. Zwart aan Benelux Meeting on Systems and Control, Lunteren, januari 1986.</li> </ul>					
Ondertekening	Aanvrager(s):		Datum:			
			28/5/85-			



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-64-08

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: M.L.J. Hautus Instelling: Onderafd. Wiskunde/Informatica Corr.adres: T.H.-Eindhoven, 5600 MB Eindhoven.	Functie: hoogleraar Telefoon: 040-472628		
1b. Aanvrager(s)	Naam: M.L.J. Hautus Naam: Naam:	Functie: Hoogleraar Functie: Functie: Instelling: THD Instelling: Instelling:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Singuliere en singulier gestoorde optimale-besturingsproblemen Singular and singularly perturbed optimal-control problems			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Technische Hogeschool Eindhoven Onderafdeling Wiskunde/Informatica			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Een lineair-kwadratisch optimaliseringoprobleem heet singulier als de gewichtsmatrix voor de ingangsfunctie singulier is. Het probleem heet singulier gestoord als de gewichtsmatrix voor de ingangsfunctie een parameter $\epsilon$ bevat zo dat het probleem singulier wordt als $\epsilon = 0$ . Hierbij is men geïnteresseerd in het gedrag van de oplossingen voor kleine waarden van $\epsilon$ .			
Technical abstract	A linear-quadratic optimization problem is called singular if the weight matrix of the input is not positive definite. The problem is called singularly perturbed if the weight matrix of the input contains a parameter $\epsilon$ such that the problem becomes singular when $\epsilon = 0$ . Here, one is interested in the behavior of the solutions for small values of $\epsilon$ .			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Prof.dr.ir. M.L.J. Hautus	afstudeerrichting/ specialisatie  Wiskunde idem	ten laste van  THE ZWO	uren/week in 1984 te besteden  4 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang:		
7. Publikaties	D.m.v. tijdschriftartikelen en proefschrift.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): Systeemtheorie 1299/1202 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 10 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie d. 1980 Mathematics Subject Classification: 93 B 25/93 C 600			

9.

Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek

Description of aims of the project and of principal problems

Singulier gestoorde lineair-kwadratische optimale-besturingsproblemen zijn in de literatuur bestudeerd om verscheidene redenen en vanuit verschillende gezichtspunten. De situatie waar de kosten verbonden met de stuurvariabelen verwaarloosbaar zijn, vergeleken met de kosten van afwijkingen van de systeemvariabelen (toestand of uitgang) ten aanzien van gewenste waarden, kan men wiskundig modelleren door middel van een kleine parameter  $\epsilon$  voor de term die de kosten van de besturingen weergeeft. Het analytisch onderzoek naar het gedrag van de oplossingen van het optimaliseringssprobleem wanneer  $\epsilon$  tot nul nadert, is dan van belang, vooral omdat men juist in deze situatie moeilijkheden kan verwachten bij een directe of numerieke berekening.

Een volledige behandeling van dit asymptotisch probleem is tot dusver niet gegeven. Een overzicht van de huidige situatie kan men verkrijgen uit de literatuur, zie [1], [2], [3].

In de opinie van de aanvrager moet aan de volledige behandeling van het singulier gestoorde probleem een onderzoek naar de algebraïsche structuur van het ontaarde geval  $\epsilon = 0$ , het zgn. singuliere optimaliseringssprobleem, voorafgaan. Dit probleem is voorheen ook wel bestudeerd (zie [4]), maar ook hier is de oplossing verre van volledig. Wanneer men echter gebruik maakt van meer recente ontwikkelingen in de systeemtheorie, i.h.b. de meetkundige theorie van lineaire systemen en het structuuralgoritme van L. Silverman, is het mogelijk een vergaande generalisatie van de bestaande resultaten te krijgen. Het zal zeer waarschijnlijk mogelijk zijn het probleem in volle algemeenheid op te lossen. Een eerste aanzet daartoe is gemaakt in [3]. De resultaten in dit artikel zijn niet volledig. In het bijzonder wordt alleen het singuliere optimaliseringssprobleem bekeken. Singuliere storingen komen maar zeer summier aan bod.

Het probleemgebied dat hierboven wordt omschreven, heeft veel raakpunten met ander onderzoek in de systeemtheorie en singuliere storingsrekening. Zo is bijv. de theorie van singuliere (of singulier gestoorde) filters op analoge manier te behandelen als het optimaliseringssprobleem. Verder houden begrippen als "high gain feedback", oneindige nulpunten, systemen met meerder tijdschalen, orde-reductie, ten nauwste verband met het voorgestelde probleemgebied. Tenslotte zal waarschijnlijk het verkregen inzicht in dit beperkt probleemgebied (lineair, tijdsinvariant, eindig-dimensionaal) een aanwijzing geven voor de aanpak van algemener problemen.

De methode die de aanvrager voor ogen staat (en waarop ook het onderzoek in [3] is gebaseerd), berust op het met elkaar in verband brengen van de meetkundige structuur van het systeem en het structuuralgoritme van L. Silverman.

Onder "meetkundige structuur" wordt verstaan de eigenschappen en samenhang van relevante lineaire deelruimten van de toestandsruimte. Vooral de begrippen bijna-invariante en bijna-regelbaarheidsdeelruimten, ingevoerd door J.C. Willems [2] zijn ten duidelijkste verwant met het singuliere optimaliseringssprobleem.

Behalve met het werk van J.C. Willems (R.U.G.) zijn er duidelijke raakpunten met onderzoek van H. Kwakernaak (T.H.T.), Schumacher (E.U.R.) en Grasman (M.C.) aan te geven. Verder heeft het voorgestelde onderzoek goede aansluitingen met singuliere-storingsrekening-methoden in de theorie van gewone differentiaal-vergelijkingen en de variatierenrekening.

Het valt te verwachten dat het onderzoek waarvoor hier een subsidie wordt aangevraagd, een belangrijke bijdrage zal leveren tot het inzicht in de samenhang tussen deze probleemgebieden.

Singularly perturbed linear quadratic problems have been studied in literature for various reasons and from various points of view. The situation where the costs in connection with the control variables are negligible compared to the costs due to deviations of the system variables from the desired values, can be modelled mathematically using a small parameter  $\epsilon$  multiplying the term indicating the cost of control. Then, the analytic investigation of the asymptotic behavior of the solutions when  $\epsilon$  tends to zero, is important, particularly because one can expect numerical complications exactly in this situation.

vervolg 9.

As of now, a complete treatment of the problem has not been given. Information about the present situation can be obtained from the literature, see [1, 2, 3]. In the opinion of the applicant, a complete treatment of the singularly perturbed problem has to be preceded by an investigation of the algebraic structure of the degenerate case  $\epsilon = 0$ , the so-called singular problem.

This problem was also studied before, (see [4]), but the solution is by no means complete.

However, it is to be expected that, using recent developments in system theory (geometric system theory, L. Silverman's structure algorithm), a complete treatment will be possible. A first step in this direction was made in [3]. Although this paper generalized the existing theory in a number of ways, a lot of open questions remain. In particular, the paper only deals with the singular optimal control problem and hardly any attention is paid to singularly perturbed systems.

The problem area described above has many points of contact with research in system theory and singular perturbation theory. Singular (or singularly perturbed) filters can be treated in a similar way. Concepts like high gain feedback, infinite zeroes, systems with multiple time scales, order reduction are closely related with the proposed problem area. Finally, one can expect that insight, acquired in this restricted area (linear, time invariant, finite dimensional) indicates the path to follow when solving more general problems.

The applicant has in mind to continue, in this investigation, the method followed in [3]. This method consists of a development of a continuous-time version of L. Silverman's structure algorithm from a geometric point of view. That is, the relations of properties of relevant linear subspaces of the state space are explored. Especially, the concepts of almost invariant and almost controllability subspaces seems to be clearly closely connected to the singular optimal control problem.

It is to be expected that the investigation for which support is requested here, will contribute significantly to the clarification of the relations between these problem areas.

- [1] R.E. O'MALLEY, Jr. and A. JAMESON, Singular perturbations and singular arcs, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-20, 1975, pp. 218-226.
- [2] J.C. WILLEMS, Almost invariant subspaces: An approach to high gain feedback design - Part I: Almost controlled invariant subspaces, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-26, 1981, pp. 235-252.
- [3] M.L.J. HAUTUS and L.M. SILVERMAN, System structure and singular control, to appear in Linear Algebra and its Applications.
- [4] P.J. MOYLAN and J.B. MOORE, Generalizations of singular optimal control theory, Automatica 7, 1971, pp. 591-598.

**Wetenschappelijke informatie; vervolg**

**10.**

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

**Research plan for 1986-1987 and thereafter**

Aanvankelijk zal voornamelijk literatuuronderzoek worden gedaan. De tot nu toe behaalde resultaten zullen worden geïnventariseerd en met elkaar in verband worden gebracht (3 maanden).

In de tweede fase zal gewerkt worden aan de volledige afronding van het singuliere probleem (6 maanden).

Dan zal een begin worden gemaakt met het (eindige-horizon) probleem voor singular gestoorde problemen. Dit zal dan uitlopen tot midden 1986.

In de tweede helft van 1986 zal dan ook het oneindige-horizon probleem worden bekeken.

Na 1986 zal het onderzoek naar het oneindige-horizon probleem verder worden onderzocht in toenemende mate van algemeenheid en volledigheid. Relaties met andere literatuur zullen dan nader worden onderzocht.

In het laatste jaar zal het onderzoek worden afgerond en op schrift worden gezet in de vorm van een proefschrift.

Initially, the research will consist of an inventarisation of the existing literature. Relations will be examined between known results (3 months).

In the second part, the complete solution of the singular problem will be investigated (6 months).

Then, research of the singularly perturbed system will be started (finite horizon case). This will last till medium 1986.

In the second part of 1986, and part of 1987, the infinite horizon case will be the topic of investigation. After that, various generalizations and extensions of the results will be pursued.

In the last year, the investigation will be completed and a thesis will be written.

**11.**

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

**Specific tasks of the candidate researcher(s)**

De gevraagde medewerker zal zich eerst in het probleemgebied moeten inwerken. Hij zal daarna het grootste deel van het in 10 beschreven werkplan moeten uitvoeren, onder leiding van de aanvrager. In het bijzonder is het de bedoeling dat hij een proefschrift schrijft over het verrichte onderzoek.

The candidate researcher will first have to get accustomized to the problem area. Then, he will have to carry out the bulk of the program described in 10. In particular, he is supposed to write a thesis about his investigation.

**12.**

**Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr: ---

**13.**

**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

De Onderafd. Wiskunde/Informatica zal een kantoor en geld voor typewerk, reproductie en rekentijd ter beschikking stellen.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-64-08

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985	12		p.m.
	toegekend	1985	7		p.m.
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		p.m.
	raming	1988	12		p.m.
	raming	1989	5		p.m.
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	ir. A.H.W. Geerts	wet. ass.	15 juni 1985	14 juni 1989	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Reis- en overige kosten</b>				
	ca. 25% binnenlandse reiskosten, 75% buitenlandse reiskosten en de rest congreskosten en overige kosten (waaronder typewerk voor het proefschrift).				
Ondertekening	Aanvrager(s): M. L. J. Hautus			Datum:	3-9-1984



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMCN.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-64-10

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: S.H. Tijs Instelling: Mathematisch Instituut, Kath. Universiteit Corr.adres: Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen	Functie: hoogleraar Telefoon: 080-558833		
1b. Aanvrager(s)	Naam: S.H. Tijs Naam: O.J. Vrieze Naam:	Functie: hoogleraar Functie: wet.medew.1e kl. Functie: Instelling: Math. Inst. KUN Instelling: Math. Inst. KUN Instelling:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Structurele eigenschappen van stochastische spelen en hun toepassingsgebieden. Structural properties of stochastic games and their applicability.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, Katholieke Universiteit Nijmegen.			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	<p>I. Het unificeren van deelklassen van stochastische spelen waarvoor enerzijds acceptabele oplossingsmethodieken bestaan en die anderzijds in aanmerking komen voor praktische toepasbaarheid.</p> <p>II. Onderzoek naar de existentie en de eigenschappen van <math>(\varepsilon)</math>-evenwichtspunten voor niet-verdiskontereerde niet-nulsom stochastische spelen.</p>			
Technical abstract	<p>I. Unification of subclasses of stochastic games for which on the one hand reasonable solution methods exist and which on the other hand fit into practical problems.</p> <p>II. Investigation of the existence and the properties of <math>(\varepsilon)</math>-equilibrium points for undiscounted non-zero sum stochastic games.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
Researchers involved in the project	Prof.Dr. S.H. Tijs Dr.ir. O.J. Vrieze Drs. F. Thuysman Buitenlandse bezoekers	wiskunde / speltheorie wiskunde / speltheorie wiskunde / besliskunde speltheorie	KUN KUN ZWO ZWO	8 4 40 0
6. Totale subsidie- periode	Duur: 3 jaar	Aanvang: 1 mei 1985		
7. Publikaties				
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P160, P170, S180 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 60, 70 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie d. 1980 Mathematics Subject Classification: 90D, 93			

9a. voor nieuw onderzoek	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>
9b. voor continuerings- aanvragen	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>
	<p>9a. of 9b.</p> <p>Game theory deals with mathematical models of conflict. The theory is interrelated with optimization theory, control theory, mathematical programming, probability theory and statistics. In game theory many mathematical tools are used or developed such as convexity theory, fixed point theory for multifunctions, algebraic geometry and model theory.</p> <p>Stochastic game theory can be seen as a synthesis of Markov theory and the theory of games in normal form.</p> <p>Stochastic games describe situations of conflict, at which on discrete decision epochs a number of decision makers independently of each other, have to choose an action. Dependent on these actions and of the state of the system on that moment two things happen: a) every decision maker obtains an immediate payoff and b) subsequently the system moves according to a chance mechanism to a next state. The decision makers are informed of this state before they have to choose their next action at the following decision epoch, etc.</p> <p>Situations of conflict can be seen as situations at which two or more participants have incongruous interests and at which each participant has co-influence on the behaviour of the system.</p> <p>Examples in the economic, social and industrial sphere are manifold. The stream of immediate payoffs can be evaluated in different ways, for example total rewards (the payoffs are added), discounted rewards (amount <math>r</math> at a future epoch <math>\tau</math> has worth <math>\beta^\tau r</math> at epoch 0, where <math>\beta \in (0,1)</math> reflects the interest rate), average rewards also called undiscounted rewards (the average of the immediate rewards). Total reward models are scarcely studied (cf. Groenewegen &amp; Wessels (10)). Discounted reward models are extensively studied (cf. Shapley (18), Fink (8), Rogers (17), Bewley &amp; Kohlberg (2), (3), Tijs &amp; Vrieze (26)). Concerning undiscounted reward models it is only recently known that the two-person zerosum version possesses a value (cf. Mertens &amp; Neyman (13)). Structural properties of these games can be found in Vrieze (24).</p> <p>This project is splitted up in the parts I and II, which are interrelated. Part I is application oriented, while part II is mathematical oriented and as such the more fundamental part, having priority when time limitations will restrict this project.</p> <p><u>Ad I.</u> Stochastic games are difficult to solve. The solution is not necessarily an element of the same ordered field as that to which the parameters of the game belong (cf. Shapley (18)). However, for a number of subclasses of stochastic games the "ordered field property" does hold (see Parthasarathy &amp; Raghavan (14), Vrieze, Tijs, Raghavan, Filar (27), Parthasarathy, Tijs, Vrieze (15) and Raghavan, Tijs, Vrieze (16)). Subclasses are determined by conditions put upon the parameters of the game, especially the immediate reward mappings and the transition mapping. The interest of these classes</p>

vervolg 9.

of games lies in the fact that for them finite algorithms exist (cf. Filar (6), Vrieze (23), Hordijk and Kallenbergh, (11), (12), while in addition the practical applicability is promoted (cf. Filar (7), Sobel (19), Albright & Winston (1) and Vrieze & Dirven (25)).

The aim of this investigation is to generalize these subclasses in such a way that the above "nice" properties remain. The characterization of the classes of stochastic games possessing the "ordered field property", will have algorithmic consequences. The mutual relations of these classes will give insight into the minimal necessary structure of a game for coming to realistic applications.

Ad II. For undiscounted non-zero sum stochastic games equilibrium points not necessarily exist (cf. Blackwell & Ferguson (4)). For a number of subclasses of games the existence of equilibrium points has been shown (cf. Gillette (9), Stern (20), Federgruen (5), Vrieze (24) and Parthasarathy, Tijs & Vrieze (15)),

The aim of this part of the investigation is to show the existence of  $\epsilon$ -equilibrium points of undiscounted non-zero sum stochastic games with finite state and action spaces.

In the zero sum version Puiseux series (cf. Bewley & Kohlberg (2), (3)) an essential role together with Tarski's principle. A similar approach for the non-zero sum case seems workable. Hence, one considers  $\beta$ -discounted games where  $\beta$  is near to 1 and approximates the undiscounted games with these  $\beta$ -discounted games, using suitable Puiseux series. In taking the limit, techniques à la Mertens & Neyman (13) have to be adapted.

Another approach could be to develop fixed point theorems for certain multifunctions (cf. Federgruen (5) and Rogers (17)).

Pathasarathy & Raghavan (14) have exploited the theory of analytic functions in studying the subclass of stochastic games where one player controls the transitions. It is quite possible that their techniques can be extended to the general case.

The classes of non-zero sum games for which stationary equilibrium points exist should be characterized in order to be able to decide on the game structure whether such an equilibrium point exists.

#### Literature

1. Albright S.C. & W. Winston (1979). A birth-death model of advertising and pricing, *Adv. Appl. Prob.* 11, 134-152.
2. Bewley T. & E. Kohlberg (1976). The asymptotic theory of stochastic games, *Math. of O.R.* 1, 197-208.
3. Bewley T. & E. Kohlberg (1978). On stochastic games with stationary optimal strategies, *Math. of O.R.* 3, 104-125.
4. Blackwell, D. & T.S. Ferguson (1968). The big match, *Ann. of Math. Stat.* 39, 159-163.
5. Federgruen, A. (1978). Markovian control problems, Ph.D. dissertation, Math. Centre, Amsterdam.
6. Filar, J.A. (1983). Quadratic programming and the single-controller stochastic game, Technical Report 392, Department of Mathematical Sciences, The Johns Hopkins University, Baltimore.
7. Filar, J.A. (1983). The travelling inspector model. Report. Department of Mathematical Sciences. The Johns Hopkins University, Baltimore.
8. Fink, A.M. (1964). Equilibrium in a stochastic n-person game. *J. of Sc. of the Hiroshima Un.*, Series A-I, 28, 89-93.
9. Gillette, D. (1957). Stochastic games with zero stop probabilities, In: Dresher, M., A.W. Tucker & P. Wolfe (eds.), Contributions to the theory of games, Vol. III, *Ann. of Math. Studies* 39, Princeton Un. Press, Princeton.

10. Groenewegen, L.P.J. & J. Wessels (1980). Conditions for optimality in multi-stage stochastic programming problems, In: Kall P. & A. Prekopa (eds.), Stochastic Programming, 41-57, Springer Verlag, Berlin.
11. Hordijk, A. & L.C.M. Kallenberg (1981). Linear Programming and Markov chains I, In: Moeschlin, O. & D. Pallaschke (eds.), Game Theory and Mathematical Economics, 291-305, North-Holland, Amsterdam.
12. Hordijk, A. & L.C.M. Kallenberg (1981). Linear programming and Markov chains II, In: Moeschlin, O. & D. Pallaschke (eds.), Game Theory and Mathematical Economics, 307-320, North-Holland, Amsterdam.
13. Mertens, J.F. & A. Neyman (1981). Stochastic games, I.J.G.T. 10, 53-66.
14. Parthasarathy T. & T.E.S. Raghavan (1981). An orderfield property for stochastic games when one player controls transition probabilities, J.O.T.A. 33, 375-392.
15. Parthasarathy, T., S.H. Tijs & O.J. Vrieze (1984). Stochastic games with state independent transitions and separable rewards, In: Selected Topics in Op. Research and Math. Ec., G. Hammer and D. Pallaschke (eds.) Springer Verlag, 226-236.
16. Raghavan, T.E.S., S.H. Tijs & O.J. Vrieze (1985). On stochastic games with additive reward and transition structure, J.O.T.A. 47.
17. Rogers, P.D. (1969). Non-zero sum stochastic games, Ph.D. dissertation, Report O.R.C. 69-8, Op. Res. Centre, Univ. of California, Berkeley.
18. Shapley, L.S. (1953). Stochastic games, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 39, 1095-1100.
19. Sobel, M.J. (1981). Myopic solutions of Markov decision processes and stochastic games, Op. Res. 29, 995-1009.
20. Stern, M.A. (1975). On stochastic games with limiting average payoffs, Ph.D. dissertation Univ. of Illinois, Chicago.
21. Tijs, S.H. & O.J. Vrieze (1980). Perturbation theory for games in normal form and stochastic games, J.O.T.A. 30, 549-567.
22. Tijs, S.H. & O.J. Vrieze (1983). On the existence of easy initial states for undiscounted stochastic games, submitted to Math. of O.R.
23. Vrieze, O.J. (1981). Linear programming and undiscounted stochastic games in which one player controls transitions, Op. Res. Spektrum 3, 29-35.
24. Vrieze, O.J. (1983). Stochastic games with finite state and action spaces, Ph.D. dissertation, Math. Centre, Amsterdam.
25. Vrieze, O.J. & L. Dirven (1984). Advertisement, myopic strategies and stochastic games, forthcoming.
26. Vrieze, O.J. & S.H. Tijs (1980). Relations between game parameters, value and optimal strategy spaces in stochastic games and construction of games with given solution, J.O.T.A. 31, 501-513.
27. Vrieze, O.J., S.H. Tijs, T.E.S. Raghavan & J.A. Filar (1983): A finite algorithm for the switching control stochastic game, O.R. Spektrum, 5, 15-24.

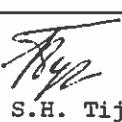
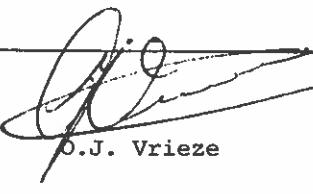
10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>I. Literature study: half a year. In that time a survey article can be written w.r.t. possibilities of application of the theory of stochastic games. For the essential part of this research about a year is needed. In the next year the results can be worked out.</p> <p>II. This research will run parallel with the research under I. A deep knowledge of probability theory is necessary and the literature study will ask between half a year and a year. In the second year the existence of <math>\epsilon</math>-equilibrium points can be studied and the results can be worked out in articles. In the third year classes of non-zero sum stochastic games with stationary equilibria can be characterized.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>Het verrichten van omschreven onderzoek. Bekendheid geven aan de resultaten via artikelen, voordrachten colloquia, etc. Het schrijven van een proefschrift; promotor: S.H. Tijs.</p> <p>The execution of the described research. To bring to public notice of the results by means of articles, lectures, seminars etc. The writing of a Ph.D. dissertation; Ph.D. advisor: S.H. Tijs.</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr: 10-64-10
13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-64-10

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personnel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten	
		toegekend	1984			
		aangevraagd	1985	12	p.m.	
		toegekend	1985	6		
		AANVRAAG	1986	12	p.m.	
		raming	1987	12	p.m.	
		raming	1988	6	p.m.	
		raming	1989			
		raming	1990			
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	a. Personeel					
	Naam		Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	dr. F. Thuysman		wet. assistent	1 juli 1985	1 juli 1988	
	b. Apparatuur					
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen					
	1 maand per jaar, verwachte kosten f 6500,- per jaar. Met name wordt gedacht aan Dr. Raghavan, Dr. Parthasarathy, Dr. Filar.					
	d. Reis- en overige kosten					
	Binnenland: conferenties f 500,- (besliskundig Lunteren en Mathematisch Congres) 20 dagreizen à f 35,- (landelijke seminaria).					
	Buitenland: f 2300,-, congresbezoeken en/of bezoeken buitenlandse instellingen.					
Ondertekening	Aanvrager(s):	 S.H. Tijs		 O.J. Vrieze		Datum: 10 juni 1985

vervolg 14.

Gegevens van de nieuwe medewerker (per 1 juli 1985).

Drs. F. Thuysman

Multatuliplaats 22a, 6531 DW Nijmegen; tel. 080-563602.

Geboortedatum 13-9-1958.

Burgerlijke Staat: Gehuwd.

Aanvang studie: sept. 1977; MO-A: jan. 1982; kandidaatsexamen: nov. 1982;  
doctoraalexamen: mei 1985.

Hoofdvak: Beslistkunde.

Bijvakken: Statistiek

Stochastische Spelen.

Datum afstuderen: 30-5-1985.

Militaire dienstplicht: aanvraag tot uitstel voor de duur van dit project  
is gaande.

Een tweetal publikaties als nevenopbrengst van Thuysman's doctoraalscriptie  
zijn in voorbereiding.

Motivering van de keuze:

Uit de sollicitaties is Thuysman als de meest geschikte kandidaat naar voren  
gekomen. Zijn doctoraalprogramma heeft hem de vereiste voorkennis verschafft.  
Zijn scriptie behandelt een onderwerp binnen de stochastische spelen. Als  
zodanig heeft hij reeds kennis genomen van de literatuur op dit gebied, het-  
geen tijdsbesparend bij onderhavig onderzoeksproject kan werken. Daarnaast  
heeft Thuysman goede inzicht te hebben in de problematiek van de stochas-  
tische spelen. Gezien zijn capaciteiten vinden wij dat hij in staat geacht  
moet worden binnen 4 jaar een promotieonderzoek af te ronden.



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<p><b>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b></p>		
		Dossiernummer: 10-64-11		
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Dr. G. van der Hoek Instelling: Erasmus Universiteit Rotterdam Corr.adres: Postbus 1738, 3000 DR Rotterdam	Functie: wetenschappelijk hoofdmedewerker Telefoon: 010-525511 ext. 3014		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Prof.dr.ir. H.W. van den Meerendonk Naam: Meerendonk Naam:	Functie: hoogleraar Functie: Functie:	Instelling: EUR Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Methoden voor niet-lineaire, geheeltallige optimalisatie  Methods for nonlinear, integer programming			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Econometrisch Instituut, Vakgroep Mathematische Besliskunde, Erasmus Universiteit Rotterdam			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	De ontwikkeling en de analyse van methoden voor het oplossen van niet-lineaire programmeringsproblemen waarbij aan een beperkt aantal van de te optimaliseren variabelen bovendien geheeltalligheidseisen zijn opgelegd. Deze problemen komen o.a. voor bij investeringsselektie, bij produktie planning en bij het berekenen van optimale telecommunicatie netwerken.			
Technical abstract	The development and the analysis of methods for solving nonlinear programming problems in which integer restrictions are imposed on a restricted number of the variables to be optimized. These problems occur in investment selection, in production planning and in the development of optimality designed telecommunication networks.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
Researchers involved in the project	Van den Meerendonk, prof.dr.ir. H.W. (promotor) Rinnooy Kan, prof.dr. A.H.G.	werktuigbouw/produktie planning wiskunde/combinatorische optimalisering	EUR	2
	Van der Hoek, dr. G.	wiskunde/niet lineaire optimalisering	EUR	8
	Kolen, dr.ir. A.W.J.	wiskunde/combinatorische optimalisering	EUR	2
	Louter, A.S. O.E. Flippo	applicatie programmering wiskundige of besliskundige	EUR ZWO	7 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar (3 + 1)	Aanvang: januari 1985		
7. Publikaties	Proceedings, congressen, rapporten, tijdschrift artikelen dissertatie			
	Operations Res.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): (P160, P170) Num.Anal.Progr., b. Toepassingsgebied (NABS-code): Investeringsselektie, produktieplanning (60), telecommu- c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Informatie netwerken (25) d. 1980 Mathematics Subject Classification: Besliskunde en Systeem Theorie 90C11, 90C30, 49D37, 65F30, 90C50			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

**9b. Continueringsaanvraag**

Doelstelling van dit met ingang van 1985 te subsidiëren project is het analyseren, ontwikkelen en toepassen van methoden ter oplossing van niet-lineaire, geheeltallige optimalisatie problemen.

Voor de uitvoering van dit project zullen wij u zo spoedig mogelijk voordragen over te gaan tot de benoeming van de heer O.E. Flippo, die momenteel nog als studentassistent verbonden is aan het Econometrisch Instituut van de Erasmus Universiteit. Onder onze begeleiding verricht hij een afstudeeronderzoek op het terrein van dit project. De planning is dat hij dit najaar zal afstuderen zodat per november 1985 zijn aanstelling als ZWO medewerker kan plaatsvinden.

Het doel van het nu lopende afstudeerproject is een goed inzicht te krijgen in de reeds beschikbare methoden en toepassingen op het gebied van de niet-lineaire, geheeltallige optimalisatie, alsmede enkele eerste algoritmische aanzetten te formuleren en te implementeren. Hiertoe zal nog een keuze worden gemaakt van een nader te behandelen concrete toepassing. Bij de project aanvraag zijn indertijd als toepassingen genoemd: investeringsselectie [Blog et al.(1983)], produktieplanning [Van den Meerendonk (1970), Stecke (1983)], telecommunicatie netwerken [Stern (1984), Baybars en Kortanek (1984)].

Uit een recente publicatie [J. Planchard, (1985)] en uit contacten met onderzoekers van het Fysisch Laboratorium van de RU Utrecht [Van Wijk et al. (1984)], is als nieuwe toepassing naar voren gekomen: het funktioneren en de inzetstrategie van energie centrales.

Dit onderstreept te meer de relevantie van het uit te voeren onderzoek.

Overigens zal het zwaartepunt van het uit te voeren onderzoek liggen op de wiskundige achtergronden van de te bestuderen problemen alsmede de ontwikkeling, analyse en implementatie van algoritmen voor niet-lineaire, geheeltallige optimalisatie.

**Referenties**

- Baybars, I. and K.O. Kortanek (1984), 'Transmission facility planning in telecommunication networks: an heuristic approach', European Journal of Operational Research, 16, 59-83.
- Blog, B., G.Van der Hoek, A.H.G. Rinnooy Kan, and G.T. Timmer (1983), 'The optimal selection of small portfolios', Management Science, 29, 7, 792-799.
- Planchard, J. (1985), 'Modélisation du comportement dynamique des assemblages combustibles d'un réacteur à eau pressurisée', Electricité de France, Bulletin de la directions des études et recherches, Serie C, no.1, 31-43.
- Stecke, K.E. (1983), 'Formulation and solution of nonlinear integer production planning problems for flexible manufacturing systems', Management Science, 29, 3, 273-288.

vervolg 9.

- Van den Meerendonk, H.W. (1970), 'Een onderzoek naar het multiproduct planning probleem voor een enkele machine', Academic Service, Amsterdam.
- Van Wijk, A.J.M., E.A. Alsema en W.C. Turkenburg (1984), 'Enkele betrouwbaarheids- en regeltechnische aspecten van het electriciteitsproductiepark in het EZ-referentiescenario 1984', ESC-werkrapport - 84-20.

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

- 1985: literatuur onderzoek, ervaring opdoen met beschikbare computer programma's, formuleren van te onderzoeken oplossingsmethoden.
- 1986: uitwerken onderzoeksvoorstellen, analyse van eigenschappen betreffende convergenties en convergentiesnelheid van voorgestelde algoritmen.
- 1987: afronden analyse theoretische achtergronden, implementatie als gebruikersvriendelijk computerprogramma. Experimenten ter vergelijking met andere computerprogramma's.
- 1988: schrijven dissertatie, promotie

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

De ZWO medewerker zal onder leiding van de onder 5 genoemde betrokkenen het onderzoek moeten uitvoeren. Bij de implementatie op de computer zal samengewerkt kunnen worden met de heer A.S. Louter, wetenschappelijk programmeur van het Econometrisch Instituut.

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr: n.v.t.

**13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Computerkosten, huisvesting, secretariële ondersteuning etc.  
door de EUR.

vervolg 14.

Kandidaat onderzoeker

- Naam: Flippo
- Voornaam: O.E.
- Adres: Karel Doormanlaan 6, 2665 AT Bleiswijk
- Tel.: 01892-13128
- Geboortedatum: 21-01-1963
- Burgerlijke staat: ongehuwd
- Studieverloop: hoofdvakken in juni af  
keuzevakken af  
scriptie najaar 1985
- Vermoedelijke datum afstuderen: november 1985
- Mil. dienst: nog te vervullen
- Functies: -
- Onderzoekervaring en publicaties: -
- Motivering keuze medewerker: de heer Flippo heeft tijdens zijn studie getoond in staat te zijn zich in korte tijd geavanceerde wiskundige technieken eigen te maken. Daarbij is hij sterk gemotiveerd en ook qua aanleg duidelijk in staat om fundamenteel onderzoek te verrichten.



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-64-14	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: A. Hordijk Instelling: Rijksun. te Leiden, Subfac. Wisk. & Inf. Corr.adres: Postbus 9512, 2300 RA LEIDEN	Functie: hoogleraar Telefoon: 071-148333 tst. 5094		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Markov beslissingsprocessen  Markov decision processes			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd				
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Het bepalen van optimale strategieën en hun structuur voor Markov beslissingsprocessen met extra bijvoorwaarden. Het ontwikkelen van methoden voor lineaire programmering en tijd-discretisatie.			
Technical abstract	The computation and structure of optimal policies in constrained decision processes. The analysis of methods for linear programming and time discretization.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  A. Hordijk, prof.dr.  L.C.M. Kallenberg, dr. A.A.N. Ridder, drs. F.M. Spieksma	afstudeerrichting/ specialisatie  Toegepaste wiskunde/ Mathematische besliskunde  idem  idem  idem	ten laste van  RUL  RUL  RUL  ZWO	uren/week in 1986 te besteden  8  2  4  40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 januari 1986		
7. Publikaties	In eerste instantie in externe technische rapporten en congresvoordrachten, daarna in een proefschrift en tijdschriftartikelen.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): Operations Research (P160) b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie d. 1980 Mathematics Subject Classification: 90C40			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

**9a. of 9b.**

This project is a continuation of the project Markov decision chains. A rather complete theory on the existence of sensitive optimal policies for denumerable (semi-) Markov decision chains has been developed yet ([1]). However, the application of these results to basic models in stochastic operations research is still lacking, e.g. the control of (networks of) queues or of inventory and production models. In these models the optimal policy often has a very special structure. An important problem from mathematical point of view but also because of the potential applications is the question whether this structure is invariant under certain constraints on the set of policies. For instance is the optimal policy in an inventory model still of  $(s, S)$  - type if we restrict the policy space to policies which maintain a given service-level? A second research theme is the generalisation of the linear programming method for solving finite Markov decision chains to chains with a denumerable state space ([2], [3]).

There are two problems here. Firstly, the question whether the strong duality theorem holds for the decision process with no discounting. This is a difficult problem. Secondly, the question whether the infinite linear program can be approximated by a finite program. The approximation of denumerable Markov decision chains by finite chains is a closely related problem which is still unsolved for the multichain case with no discounting [4].

For Markov chains there is a theory on monotonicity properties for obtaining bounds on various characteristics ([5]). The extension of this theory to Markov decision processes is of interest for the derivation of bounds on the optimal value function. One of the main research themes in the past has been the time discretization of continuous time Markov decision processes ([6], [7], [8], [9]).

For the derivation of the structure of optimal policies time discretization turned out to be a powerful tool. The continuation of this research in close relation with the above mentioned research topics is also an aim of this project.

- vervolg 9. a.
- [1] R. Dekker (1985). Denumerable Markov decision chains: Optimal policies for small interest rates. Ph.D. thesis, University of Leiden.
  - [2] L.C.M. Kallenberg (1983). Linear programming and finite Markovian control problems. Math. Centre Tract no. 148.
  - [3] A. Hordijk and L.C.M. Kallenberg (1984). Constrained undiscounted stochastic dynamic programming. Math. Oper. Res. 9, p. 276-289.
  - [4] W. Whitt (1978) and (1979). Approximations of Dynamic Programs. I: Math. Oper. Res. 3, p. 231-243 and II: Math. Oper. Res. 4, p. 179-185.
  - [5] D. Stoyan (1977). Qualitative Eigenschaften und Abschätzungen stochastischer Modelle. Oldenbourg Verlag.
  - [6] F.A. van der Duyn Schouten (1983). Markov decision processes with continuous time parameter. Math. Centre Tract no. 164.
  - [7] A. Hordijk and F.A. van der Duyn Schouten (1984) and (1985). Discretization and weak convergence in Markov decision drift processes. Math. Oper. Res. 9, p.112-141.  
Markov decision drift processes; conditions for optimality obtained by discretization. Math. Oper. Res. 10 p. 160-173.
  - [8] N.M. van Dijk (1984). Controlled Markov processes: time discretization. CWI Tract 11.
  - [9] H.J. Plum (1984). Diskretisierung des Zeitparameters in einem Modell gesteuerter Markoffscher Sprungprozesse mit Impulskontrollen. Ph.D. thesis, University of Bonn.

10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>1986 en 1987: Oriëntering en bestudering van de basisliteratuur en onderzoek op het terrein van het 1e onderzoeksthema.</p> <p>na 1987: Voortzetting van het onderzoek van het 1e onderzoeksthema en uitbreiding van het onderzoek naar de andere probleemstellingen.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>De taken van de kandidaat onderzoekerster Spieksma zijn omschreven onder 10.</p> <p>De taak van Hordijk en Kallenberg bestaat eruit het promotie-onderzoek van Spieksma te begeleiden. Hordijk zal promotor zijn.</p> <p>Er is een relatie met het promotie-onderzoek van Ridder. Samenwerking tussen Ridder en Spieksma zal waar mogelijk gestimuleerd worden.</p> <p>De taak van Plum zal zijn om in samenwerking met Hordijk, Dr. F.A. van der Duyn Schouten (VUA) en dr. N.M. van Dijk (VUA) onderzoek te doen op het terrein van de tijd-discretisatie methode.</p> <p>Het onderzoeksthema tijd-discretisatie methode zal een onderdeel zijn van een toekomstig gezamenlijk project van de onderzoeksgroepen in de Mathematische Besliskunde van de Vrije Universiteit en de Rijksuniversiteit te Leiden.</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr:
13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	Er is geen financiële steun elders aangevraagd.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

4

Dossiernummer: 10-64-14

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		
	raming	1988	12		
	raming	1989	12		
	raming	1990			
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	a. Personeel				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	drs. F.M. Spieksma	wetenschappelijk assistent	1-1-1986	31-12-1989	
	b. Apparatuur				
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen				
	d. Reis- en overige kosten				
Ondertekening	Aanvrager(s):			Datum:	
	<i>J. H. G. M. Spieksma</i>			17/4/85	

vervolg 14. ./. .

Ingesloten is een curriculum vitae van F.M. Spieksma.  
Medio 1985 zal zij het doctoraal-examen Wiskunde afleggen. Hoewel de  
Rijksuniversiteit te Leiden dit project niet kan financieren bestaat de  
mogelijkheid de kandidate in 1985 tijdelijk bij de subfaculteit der Wiskunde  
en Informatica te parkeren.

./. .

Ingesloten is ook een curriculum vitae van dr. H.J. Plum. Hij is gepromoveerd  
aan de Universität Bonn. Zijn onderzoek is een voortzetting van het in Leiden  
opgezette onderzoek in de tijd-discretisatie methode.

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<b>N.B. Raadpleeg de toelichting</b> Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland		
		Dossiernummer: 10-64-15		
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: prof.dr. A.H.G. Rinnooy Kan Instelling: EUR Corr.adres: Econometrisch Instituut, Postbus 1738, 3000 DR Rotterdam	Functie: Hoogleraar	Telefoon: 010-525511 (tst 3030)	
1b. Aanvrager(s)	Naam: dr.ir. A.W.J. Kolen Naam: Naam:	Functie: Universitair Docent	Instelling: EUR	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Gevoeligheidsanalyse voor Combinatorische Optimalisering  Sensitivity Analysis for Combinatorial Optimization			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Econometrisch Instituut Erasmus Universiteit Rotterdam, Postbus 1738, 3000 DR Rotterdam			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	In de gevoeligheidsanalyse worden de effecten bestudeerd van numerieke en structurele veranderingen in de parameters van een optimaliseringsprobleem op de oplossing of de doelstellingswaarde. Alhoewel combinatorische optimaliseringsproblemen van groot praktisch belang zijn, heeft gevoeligheidsanalyse voor deze problemen nog niet veel aandacht gekregen. Het voornemen is dit onderwerp te bestuderen met speciale aandacht voor scheduling, routing en locatie problemen.			
Technical abstract	In sensitivity analysis, the effects are examined of numerical and structural changes in the parameters of a problem on its solution or its solution value. Although combinatorial optimization problems are of great practical importance, issues of sensitivity analysis for these problems have not yet received much attention. We propose to investigate this area with special emphasis on scheduling, routing and location problems.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  prof.dr. A.H.G. Rinnooy Kan dr.ir. A.W.J. Kolen medewerker	afstudeerrichting/ specialisatie  Wiskunde/Combinatorische optimalisering Wiskunde/Combinatorische optimalisering wiskunde	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
Duur:	4 jaren	Aanvang:	1 juli 1986	
7. Publikaties	Wetenschappelijke tijdschriftartikelen, voordrachten, dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P 160 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 24, 40 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Mathematische Besliskunde & Systeem Theorie d. 1980 Mathematics Subject Classification: 68C25, 68E10, 90B35, 90C31			

<b>9a. voor nieuw onderzoek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>- Werkwijze (methodes en apparatuur)</li> </ul>
<b>9b. voor continuerings- aanvragen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>- Voortgang en resultaten in 1984/1985; lijst van in 1984/1985 voltooide manuscripten en verschenen publicaties</li> </ul>

9a. of 9b.

Issues of sensitivity analysis arise if the parameters of an optimization problem are subject to change and if we are interested in the effects of such changes on the performance of an algorithm solving the problem. The parameters could be either numerical (e.g., the processing times in a scheduling problem, the interest rate in an investment problem) or structural (e.g. the set of road links in a routing problem, the set of depots in a location problem). Also, the nature of the change could vary from case to case. It could be local and small, it could extend over a limited range or it could become arbitrarily large, raising questions of an asymptotic nature. It could be specified before the algorithm has been applied (prior analysis) or it could be inspired by the initial results produced by the algorithm (posterior analysis). It could be predictable and deterministic, or inherently unpredictable and stochastic. Finally, the issue could also be the converse one of determining under what changes in the parameters the performance of the algorithm would only be affected minimally or not at all. Here, algorithmic performance will usually be taken to refer to the solution produced by the algorithm or to its value, but it could also refer to the computational effort (e.g., the influence of parameter changes on the running time).

There are many reasons why such issues could arise. Uncertainty may exist about the exact parameter values, as a result there may be concern about the robustness of the algorithm, and some assurance may be sought on the extent to which small changes in the parameter values will affect algorithmic performance. More generally, in a dynamic context, the algorithm may have to be applied repeatedly with the parameters changing in some systematic manner, as in the exploration of different scenarios. In addition, parametric optimization derives special interest from the fact that optimization problems can occasionally be solved very efficiently when reformulated parametrically, e.g., as a parametric network flow problem (Picard & Queyranne (1982); see also Megiddo (1979)). All these parametric issues also arise naturally in multicriteria optimization, e.g., when one is interested in computing the Pareto-optimal solutions that form the efficient set.

Sensitivity analysis has been studied in detail for some standard mathematical problem representations. This is particularly true for linear programming (see, e.g., Gal (1979), Murty (1980)). In the more general context of combinatorial optimization, many of the linear programming techniques can be refined and extended within the class of easy (polynomially solvable) problems. Optimization problems on graphs provide good examples. For instance, qualitative and quantitative effects of changes in arc capacities on minimum cost flows have been well studied

(Granot and Veinott (1984)), as have the effects of edge weight modifications on shortest path (Goto and Sangiovanni-Vincentelli (1978)) and weighted matching (Weber (1981)) problems, and of node and arc insertions and deletions on connected components (Even and Shiloach (1981)) and optimal spanning trees (Spira and Pan (1975)). The analysis of how the optimal solution is influenced by parameter changes turns out to be much harder if the underlying optimization problem is NP-hard, as in the case of general integer programming. The inevitability of an enumerative solution method and the inherent absence of an appropriate duality theory are the cause of fundamental difficulties (see, e.g., Geoffrion and Nauss (1977), Wolsey (1981), Holm and Klein (1984), Schrage and Wolsey (1984)).

Results are much more scarce for traditional areas of application of combinatorial optimization, in spite of the fact that sensitivity analysis is of such obvious practical importance. This is the case, for instance, for classical problems of scheduling and inventory control, routing and location.

Scheduling and inventory control problems (Dempster, Lenstra and Rinnooy Kan (1982)) are concerned with the optimal allocation of scarce production resources over time. It is natural to study the effects on such allocations of changes in parameters such as processing requirements, processing capacities and speeds, and set up and inventory costs (see Graham (1966) and Zangwill (1985) for some results along these lines).

Routing problems (Lawler, Lenstra, Rinnooy Kan and Shmoys (1985)) involve the optimal delivery of goods to customers by one or more vehicles, where one would like to know how the routes change when certain road links become more or less attractive or when customers are inserted, deleted, or granted a different priority.

Location problems (Kolen (1982), Kolen and Tamir (1984)) arise when depots have to be located optimally with respect to given customer locations; it is of obvious interest to know how the solution will be affected by, e.g., changes in the customer locations or in the fixed location costs.

We propose to address several issues of sensitivity analysis in the context of these three categories. It should be obvious from the above that many natural research questions present themselves there. We list a few specific ones below.

(1) For NP-hard problems, there appears to be an inverse relation between the quality of the solution produced by an algorithm and its robustness. At one end of the spectrum, optimization methods are notoriously sensitive to small parameter changes. At the other end, extremely simplistic approximation methods will hardly be affected by such changes at all. This relation could conceivably be made more precise by developing an appropriate way to measure the robustness of a combinatorial solution method, and by relating it to traditional (worst case or probabilistic) measures of solution quality. Computational complexity theory could then be used to indicate the limits of what can be done in polynomial time. Sensitivity analysis for fast heuristic solution methods is virtually virgin territory, and yet these methods are the ones used most frequently in practice!

(2) Given a particular (optimization or, more likely, approximation) method to solve an important problem in one of the three categories, it is of obvious interest to develop algorithmic procedures to recompute the solution after a change in some parameters, preferably not by starting from scratch. The associated burden of such computations can be expected to vary with the complexity of the underlying problem, as indicated earlier. Generally, if certain changes can be specified a priori, dynamic programming is a natural technique to use, and it may be attractive to develop dynamic programming heuristics anticipating precisely these parametric questions. Algorithmic questions could arise both in the context of repeated application of, say, a travelling salesman heuristic or of repeated lower bound computations in, say, a job shop scheduling algorithm.

(3) Depending on the nature of the combinatorial problem, there may be partial or complete polyhedral information on the polytope defined by its feasible solutions. It would be of great interest to investigate to what extent such polyhedral results allow fruitful local application of linear programming techniques. This question is relevant both for easy problems (e.g. dynamic lot sizing (Barany, van Roy and Wolsey (1983)) where the information is complete and sensitivity analysis is expected to be efficient and NP-hard ones (e.g., uncapacitated location (Cho et al. (1983)) where there may be a trade-off between the accuracy of the sensitivity analysis and the computational effort involved. (Can such a trade-off be made precise?)

(4) It would be attractive to formalize the notion of probabilistic sensitivity analysis, in which random terms reflecting error or uncertainty are added to certain deterministic problem parameters, and the influence of this randomization of the input on the algorithmic output is the object of investigation. Statistical techniques may be required to approximate the transformation effected by the algorithm. Again, this is virgin territory.

The above questions pose exciting challenges.

A study of sensitivity analysis in the fertile area of combinatorial optimization can be expected to yield significant benefits for theory and practice alike.

#### References

1. Barany, I., T. van Roy & L.A. Wolsey, "Uncapacitated lot sizing : the convex hull of solutions", Technical Report, CORE (1983).
2. Cho, D.C., E.L. Johnson, M.W. Padberg & M.R. RAO, "On the uncapacitated plant location problem I, II", Math. Oper. Res. 8 (1983), 579-612.
3. Dempster, M.A.H., J.K. Lenstra & A.H.G. Rinnooy Kan, "Deterministic and Stochastic Scheduling", Reidel 1982.
4. Even, S. & Y. Shiloach, "An on-line edge-deletion problem", J. Assoc. Comput. Mach. 28 (1981), 1-4.
5. Geoffrion, A.M. & R.Nauss, "Parametric and postoptimality analysis in integer linear programming", Management Science 23 (1977).
6. Gal, T. "Postoptimal Analysis, Parametric Programming and Related Topics", McGraw-Hill 1979.
7. Goto, S. & A. Sangiovanni-Vincentelli, "A new shortest path updating algorithm", Networks 8 (1978), 341-372.
8. Graham, R.L., "Bounds for certain multiprocessing anomalies", Bell System, Techn. J. 45 (1966), 1563-1581.

9. Granot, F. & A.F. Veinott, "Substitutes, compliments and ripples in network flows", Technical report no. 34 (1984), Stanford University.
10. Holm, S & D. Klein, "Three methods for postoptimal analysis in integer linear programming", Math. Programming Studies 21 (1984), 97-109.
11. Kolen, A., "Location problems on trees and in the rectilinear plane", Academisch proefschrift Mathematisch Centrum, 1982.
12. Kolen, A. & A. Tamir, "Covering problems", Chapter in "Discrete Location Theory", Wiley & Sons, 1986.
13. Lawler, E.L., J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan & D.B. Shmoys, "The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization", Wiley & Sons 1985.
14. Megiddo, N., "Combinatorial optimization with rational objective functions", Math. Oper. Res 4 (1979), 414-424.
15. Murty, K.G., "Computational complexity of parametric linear programming", Math. Programming 19 (1980), 213-219.
16. Picard, J.C. & M. Queyranne, "Selected applications of maximum flows and minimum cuts in networks", Infor. 20 (1982), 394-422.
17. Schrage, L. & L.F.A. Wolsey, "Sensitivity analysis for branch-and-bound IP", Technical Report, CORE (1984).
18. Spira, P.M. & A. Pan, "On finding and updating spanning trees and shortest paths", SIAM J. Comput. 4 (1975), 375-380.
19. Weber, G.M. "Sensitivity analysis of optimal matching", Networks 11 (1981), 41-56.
20. Wolsey, L.A., "Integer programming duality : price functions and sensitivity analysis", Math. Programming 20 (1981), 173-195.
21. Zangwill, W., "From EOQ towards ZI", Technical Report, University of Chicago (1985).

The appointee will contribute to the research project "Combinatorische Optimalisering" of the Econometric Institute at the Erasmus University. This project is supported by the "Voorwaardelijke Financiering".

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1986/1987: literatuur onderzoek, bestudering van relevante combinatorisch optimaliseringsalgoritmen  
1987/1989: Theorievorming  
1989/1990: Afsluiting onderzoek, publicatie proefschrift

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Promotie-onderzoek op het gebied van gevoelighedsanalyse voor combinatorische optimaliseringsproblemen. Promotor: Prof.dr. A.H.G. Rinnooy Kan.

**12.  
Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:****13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

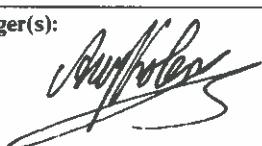
De EUR draagt de computerkosten, huisvesting en secretariële ondersteuning.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-64-15

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten		
	toegekend	1984					
	aangevraagd	1985					
	toegekend	1985					
	AANVRAAG	1986	6				
	raming	1987	12		p.m.		
	raming	1988	12	p.m.	p.m.		
	raming	1989	12		p.m.		
	raming	1990	6		p.m.		
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	<b>a. Personeel</b>						
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum			
	ZWO-medewerker	wetenschappelijk assistent	1-7-86	30-6-90			
	<b>b. Apparatuur</b>						
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>						
	Het ligt in de bedoeling een à twee keer buitenlandse onderzoekers werkzaam op dit gebied voor kortere of langere tijd uit te nodigen. Gedacht wordt o.a. aan prof. D. Gusfield (Yale University).						
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>						
	Contacten met collega's in binnen- en buitenland zijn onmisbaar. De reiskosten zijn hiervoor bestemd.						
Ondertekening	Aanvrager(s): 		Datum: 20-5-1985				







1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-66-02	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. J.H. van Lint Instelling: Technische Hogeschool Eindhoven Corr.adres: Postbus 513 5600 MB Eindhoven	Functie: Hoogleraar Telefoon: 04 - 472800		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie:	Instelling: Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Grenzen en constructies voor codes.  Bounds for codes and constructions of codes.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Onderafdeling der Wiskunde en Informatica - T.H. Eindhoven.			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>A. For the binary symmetric channel we aim at an improvement of the McEliece upper bound and a new lower bound replacing the Gilbert bound, based on recent russian work on Goppa codes.</p> <p>C. Simultaneously an attempt will be made to establish similar results for multiple access channels for which only scattered results exist at present.</p> <p>B. For projects A and C constructions of classes of good codes should play a central rôle. These will obviously shed light on the lower bounds. At the same time these codes will be analysed with respect to practical use.</p> <p>The aim of A is clearly rather high but the projects B and C have high probability of success.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Lint, prof.dr. J.H. van Tilburg, dr.ir. H.C.A. van Post, dr. K.A. Schalkwijk, prof.dr.ir. J.P.M. Tiersma, ir. H.J. Wilbrink, dr.ir. H.A. Pul, ir. C. van Remijn, ir. J.C.C.M.	coding theory coding theory coding theory informatietheorie discrete wiskunde discrete wiskunde coding theory discrete wiskunde	THE  ZWO	6 10 10 10 40 6 3 3
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 november 1983		
7. Publikaties	- artikelen - dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1299 (coding theory), 3306 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 25, 813 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Discrete Wiskunde d. 1980 Mathematics Subject Classification: 94B25.			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- a. -Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- b. -Voortgang en resultaten 1984/1985

x9bxx 9b.

- a. There is a wide gap between lower bounds and upper bounds for codes. The aim is to make this gap smaller by improving the bounds. Constructing new (good) codes may be helpful in tackling this problem.
- b.-In order to understand recent constructions by Goppa, Tsfassman, Vlăduț et al, it was necessary to study algebraic curves. In the past year a weekly seminar on this subject was held; W. Fulton's book on algebraic curves was studied. We now understand the connection between coding theory and algebraic geometry (cf. J.H. van Lint & T.A. Springer, Generalized Reed-Solomon codes for Algebraic Geometry, submitted to IEEE Transactions on Information Theory).  
-Another approach towards the problem of improving the bounds is stated in a paper by Körner and Wei. H.J. Tiersma has managed to shorten the proofs of the new theorems in this paper considerably. This result was published in Discrete Mathematics vol. 54 (1985) 225-228.

10.

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

Practically all the available time in the first 1½ years of the project has been spent on the Goppa-aspect of part A. As was stated in the first proposal, this is research with a high risk because of the extreme difficulty of the subject.

Nevertheless, a considerable amount of time will be spent in the coming year to achieve the following:

- (i) Understanding of the elliptic curves which were used to construct the codes (the aim is to actually get around using them);
- (ii) Analysis of the less difficult examples in order to find alternative definitions and possibly a good decoding algorithm;
- (iii) Make some of the codes useful for practical application. There is a suggested decoding algorithm by Goppa which should be analysed further.

Recently the research on part C was started. In the coming year more time will go in this direction but it is too early to say what kind of results we aim for.

For part B we need a master's degree student as assistant. There will probably be a student available late in 1985 who will then work under H.J. Tiersma. The plan is to concentrate on the Jacobians which define good non-linear codes.

11.

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

13.

**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

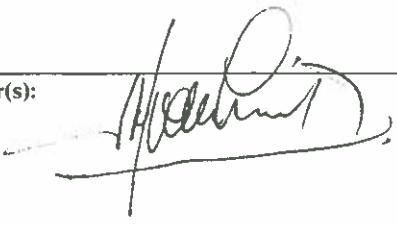
Geen.

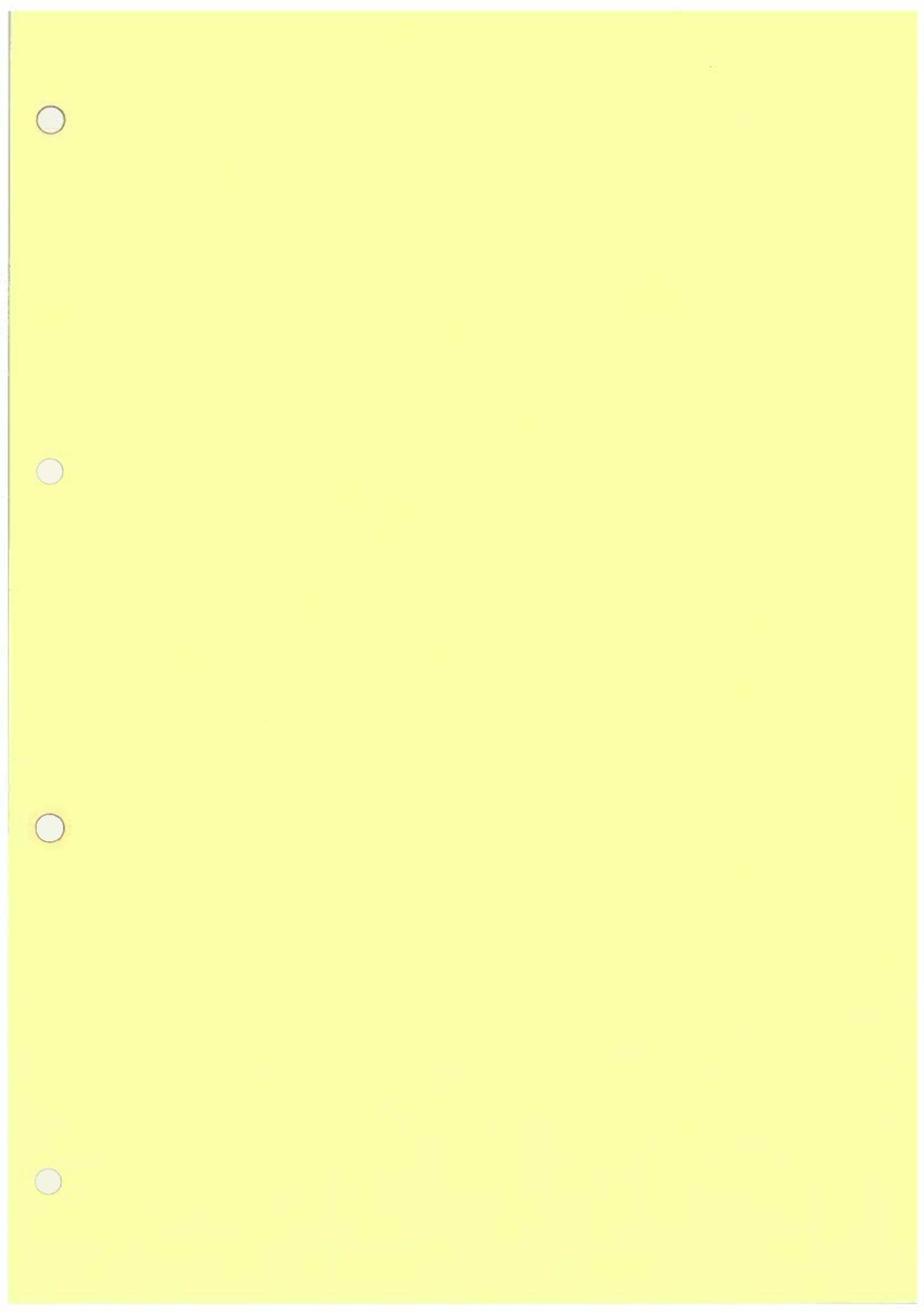
1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-66-02

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten	
	toegekend	1984				
	aangevraagd	1985				
	toegekend	1985				
	AANVRAAG	1986	12		p.m.	
	raming	1987	10		p.m.	
	raming	1988				
	raming	1989				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum		
	H.J. Tiersma	adj. wet. ambtenaar	1 november 1983	31 oktober 1987		
a. Personeel	b. Apparatuur					
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen					
	d. Reis- en overige kosten					
Binnenlandse reizen (Math. Centrum)		fl. 500,- fl. 2.000,-				
Ondertekening	Aanvrager(s):					
		Datum: 21.6.85				





1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-70-04	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: M.A. Kaashoek Instelling: Subfaculteit Wiskunde en Informatica, Corr.adres: V.U., Postbus 7161, 1007 MC AMSTERDAM	Functie: hoogleraar Telefoon: 020-5482417/8080		
1b. Aanvrager(s)	Naam: H. Bart Naam: I. Gohberg Naam:	Functie: hoogleraar Functie: buitengewoon hoog- Functie: leraar	Instelling: E.U.R., T.H.E. Instelling: V.U.A. Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Spectraalanalyse van Wiener-Hopfintegraalvergelijkingen mét operatorwaardige kernen en operatormatrices in Toeplitzvorm. Spectral analysis of Wiener-Hopf integral equations with operator-valued kernels and operator matrices in Toeplitz form.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Subfaculteit Wiskunde en Informatica der Vrije Universiteit, Amsterdam			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Dit project betreft vectorwaardige Wiener-Hopfintegraalvergelijkingen en andere convolutie-vergelijkingen in een of meer dan een variabele. Het plan is zulke vergelijkingen te bestuderen door ze om te vormen tot lineaire dynamische systemen met een eventueel oneindig dimensionale toestandsruimte en deze samenhang vervolgens te gebruiken om gedetailleerde informatie te verkrijgen over de oplossingen van de vergelijkingen. De verwachting is dat vergelijkingen kunnen worden aangepakt waarvoor weinig of geen effectieve oplossingsmethoden beschikbaar zijn.			
Technical abstract	This project concerns vector-valued Wiener-Hopf integral equations and other convolution equations in one and several variables. The plan is to study such equations by converting them to linear dynamical systems with a possibly infinite dimensional state space and to exploit these connections to obtain detailed information about the solutions of the equations. It is expected that this approach can be used to deal with equations for which very few effective methods are available.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek	Naam en titel(s)	afstudeer richting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
Researchers involved in the project	Prof. dr. H. Bart prof. dr. I. Gohberg prof. dr. M.A. Kaashoek drs. L. Rozemond	Analyse Analyse Analyse Analyse	E.U.R. V.U.A. V.U.A. Z.W.O.	16 4 10 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 september 1982		
7. Publikaties	Artikelen in wetenschappelijke tijdschriften en dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1202 b. Toepassingsgebied (NABS-code): -- c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Analyse d. 1980 Mathematics Subject Classification: 45E10, 45F15, 47B35, 45K05, 47D05, 30G30, 93C05.			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

The academic year 1984/1985 has been devoted mainly to the study of systems of Wiener-Hopf integral equations of the first kind. For regular symbols of which the inverse is a monic matrix polynomical necessary and sufficient conditions for the invertibility of the corresponding integral operator between certain Sobolev spaces have been derived. These conditions are formulated in terms of spectral factorizations. Explicit formulas for the inverse operator were also obtained. In terms of realizations of the symbol a finite dimensional operator has been constructed which acts as an indicator and which allows one to compute the Fredholm characteristics of the equations in terms of finite matrices. Lectures about these results were given in the Dutch Mathematical Congress (April 1985) and in the Workshop "Operator Theory and its Applications" (June 1985).

Various connections between Wiener-Hopf equations of the first kind and linear input/output systems have been considered. These investigations have produced alternative proofs for some of the results mentioned above and it seems that they will lead to other constructive inversion methods.

The results about canonical pseudo-spectral factorization, obtained in the years 1983/1984, have been prepared for publication.

10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>Research plan of drs. L. Roozemond for the academic year 1985/1986.</p> <p>The invertibility of Wiener-Hopf operators of the first kind between distribution spaces will be investigated further for more general symbols. The problem is to develop an effective method to split the singularity at infinity. Coprime factorization of rational matrix functions may be a useful tool here. Also the connections with linear input/output systems have to be exploited further. Reduction to equations of the second kind and applying the method of canonical pseudo-spectral factorization is another possible way.</p> <p>The various results obtained in the course of this research project for Wiener-Hopf equations will be specified and extended to block Toeplitz equations (the discrete analogue).</p> <p>The composition of the thesis is planned for 1986.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>Drs. L. Roozemond will carry out the research plan mentioned under 10. His work will lead to a Ph.D.-thesis with professor Kaashoek as "promotor".</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr: N.V.T.
13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	Er is voor dit onderzoek geen financiële steun aangevraagd bij andere instellingen. De subfaculteit Wiskunde en Informatica van de Vrije Universiteit stelt voor dit onderzoek werkruimte ter beschikking en geeft administratieve ondersteuning.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

4

Dossiernummer: 10-70-04

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984	12		fl 1500,-
	aangevraagd	1985	12		p.m.
	toegekend	1985	12		
	AANVRAAG	1986	8		p.m.
	raming	1987			
	raming	1988			
	raming	1989			
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	drs. L. Rozemond	adj. wet. ambtenaar	01-09-1982	31-08-1986	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	De reiskosten betreffen de Tagung "Wiener-Hopf Probleme mit Anwendungen" in Oberwolfach, juli 1986.				

Ondertekening

Aanvrager(s):

M. Laashoek      A. Baut      J. Gohberg

Datum: 27 juni, 1986

vervolg 14.

De huidige Z.W.O.-medewerker drs. L. Rozemond is zijn werkzaamheden begonnen op 1 september 1982, als opvolger van drs. L.S. Kroon die gedurende één maand (nl. april 1982) in het kader van dit project was aangesteld. Voor drs. Rozemond komt de totale subsidie-periode uit op 4 jaar.



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMCN.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-70-10

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. B.L.J. Braaksma Instelling: Mathematisch Instituut, R.U.G. Corr.adres: Postbus 800, 9700 AV GRONINGEN	Functie: Hoogleraar Telefoon: 050-116779		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. H.W. Broer Naam: Prof.dr. F. Takens Naam:	Functie: Wetensch. Medew. Functie: Hoogleraar Functie:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Invariante tori in dynamische systemen. Invariant tori in dynamical systems.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, R.U.G., Postbus 800, 9700 AV Groningen.			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Beschouw volledig integreerbare systemen met quasi-periodieke be- wegingen op invariante tori. Als deze systemen gestoord worden dan overleeft in vele gevallen een verzameling van invariante tori (vgl. KAM-stelling). We willen dergelijke gevallen onderzoeken en eigenschappen bestuderen van de verzameling invariante tori, zoals zijn maat en Hausdorff dimensie, in het bijzonder in de context van bifurcaties.	Consider completely integrable dynamical systems with quasi-periodic motions on invariant tori. If these systems are perturbed, then in many cases a set of invariant tori survives (cf. KAM-theorem). We want to investigate such cases and study properties of the set of invariant tori like its measure and Hausdorff dimension, in particular in the context of bifurcations.		
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Prof.dr. B.L.J. Braaksma Dr. H.W. Broer Prof.dr. F. Takens Drs. G.B. Huitema	afstudeerrichting/ specialisatie  Analyse Dynamische systemen Dynamische systemen Analyse	ten laste van  R.U.G. R.U.G. R.U.G. Z.W.O.	uren/week in 1986 te besteden  8 8 8 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: februari 1983		
7. Publikaties	Artikelen en proefschrift			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): primair 1202, secund. 1204 b. Toepassingsgebied (NABS-code): 10 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: analyse, beide secties d. 1980 Mathematics Subject Classification: 58 F			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Kort verslag van de verrichte werkzaamheden:

Er werd een stelling bewezen aangaande quasi-periodieke subsystemen op een normaalvorm. Deze systemen behoren tot een Lie-algebra van differentiaaloperatoren, zoals bijvoorbeeld Hamiltoniaanse-, volumebewarende-, dissipatieve systemen. Met behulp van dit resultaat werd voor generieke geparametriserde systemen met een structuur zoals boven, stabiliteit beperkt tot een Whitney-gladde bundel van quasiperiodieke tori aangetoond. Dit resultaat generaliseert de theorie voor Hamilton-systemen. Zie J. Pöschel: Integrability of Hamiltonian systems on Cantor sets, Comm.Pure Appl.Math.(35,1982). Er werd verder gewerkt aan een algemeen overzicht van structuur bewarende geparametriserde systemen met betrekking tot boven- genoemde structurele stabiliteit van quasiperiodieke subsystemen.

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1. Onderzoek naar de maximale regulariteit van normaal hyperbolische quasi-periodieke tori van een reëel analytisch bijna integreerbaar systeem. Het is namelijk bekend dat invariante varieteiten van een reëel analytisch systeem slechts eindig differentieerbaar kunnen zijn. Zie: B.L.J. Braaksma & H.W. Broer: On a quasi periodic Hopf bifurcation (preprint ZW-8501) voor een voorbeeld van dit fenomeen;

2. Afronding van verslag over de verkregen resultaten met betrekking tot de stabiliteit van quasi-periodieke subsystemen (zie punt 9);

3. Bestudering van bifurcaties van quasi-periodieke tori zoals Hopf-bifurcatie, saddle-node bifurcatie en flip-bifurcatie. Met name de regulariteit van de gevonden quasi-periodieke tori en de structuur van de bijbehorende parameterverzameling. Zie B.L.J. Braaksma & H.W. Broer (1985);  
D. Flockerzi: On the  $T_k \rightarrow T_{k+1}$  bifurcation problem (preprint 1983);  
J. Scheurle & J. Marsden: Bifurcation to quasi periodic tori in the interaction of steady state and Hopf bifurcation, Siam J.Math.Anal (15,1984).

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Performance of the proposed research by G.B. Huitema. He will write a thesis on this subject under supervision of Braaksma, Broer and Takens.

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr: n.v.t.

**13.****Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

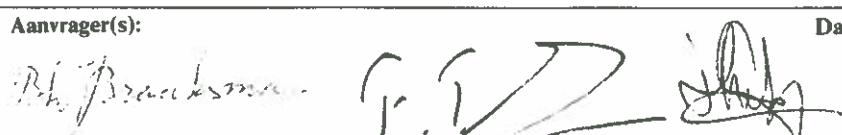
G.B. Huitema is een subsidie voor de drukkosten van zijn proefschrift toegezegd door het Hettema-Heeremaleen te Bolsward.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-70-10

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten	
	toegekend	1984	12			
	aangevraagd	1985	12			
	toegekend	1985	12			
	AANVRAAG	1986	12		p.m.	
	raming	1987	1			
	raming	1988				
	raming	1989				
	raming	1990				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	a. Personeel					
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beeindigingsdatum		
	Drs. G.B.Huitema	Wetensch. assis.	1-2-1983	1-2-1987		
	b. Apparatuur					
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen					
	d. Reis- en overige kosten					
	f 1000,-- voor bezoeken conferenties over dynamische systemen.					
Ondertekening	Aanvrager(s):					
		Datum:	28-6-'85			

1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-70-11

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: J. Korevaar Instelling: Mathematisch Instituut Corr.adres: Roetersstraat 15, 1018 WB Amsterdam	Functie: hoogleraar wiskunde Telefoon: 522 3082/3081		
1b. Aanvrager(s)	Naam: J. Korevaar Naam: Naam:	Functie: hoogleraar wisk. Functie: Functie: Instelling: Math. Inst. UvA Instelling: Instelling:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Analytische functies van meer veranderlijken: Toepassingen van methoden van functionaal-analyse en harmonische analyse Analytic functions of several variables: Application of methods of functional and harmonic analysis			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, Universiteit van Amsterdam			
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>Doel: Het verder ontwikkelen van expertise in Nederland op het gebied van functietheorie in <math>\mathbb{C}^n</math>.            Aanvankelijk onderzoeksgebied: <math>H^p</math>-ruimten van analytische functies van meer variabelen.            Latere onderzoeksgebieden: Interactie van complexe analyse met functionaal-analyse, harmonische analyse en Lie-groepen.</p> <p>Purpose: To develop more expertise in the Netherlands on the subject of function theory in <math>\mathbb{C}^n</math>.            Initial research area: <math>H^p</math> spaces of several variables.            Later research areas: Interaction of complex analysis with functional analysis, harmonic analysis and Lie groups.</p>			
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Prof. dr. J. Korevaar Drs. R.G.M. Brummelhuis Dr. P.J. de Paepe Dr. J. Wiegerinck (1985-86 in het buitenland) Dr. R. Zeinstra	analyse analyse analyse complexe analyse complexe analyse	UvA ZWO UvA ZWO ?	5 40 P.M. P.M. P.M.
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 maart 1984		
7. Publikaties	Artikelen in vaktijdschriften, dissertatie, congresbijdragen, rapporten			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P 130 (analytic functions of several variables) b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM Analyse (theoretische analyse) d. 1980 Mathematics Subject Classification: 32 A, 32 A 35			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

9.1. The project.

The small Amsterdam project group ("werkgroep") in Complex Analysis is grateful to ZWO for its continued support. In the years 1984, 1985 the activities of the group resulted in some 15 publications. Presentations at international conferences in Yugoslavia, Bulgaria, Switzerland and the U.S.A., as well as individual lectures in some countries, received favorable attention from the international complex analysis community. Both Wiegerinck and Zeinstra completed a substantial Ph.D. thesis at the beginning of 1985. ZWO support will enable Wiegerinck to spend the year 1985-86 at Princeton University; Zeinstra ought to have a similar opportunity before long. It is expected that both Wiegerinck and Zeinstra will maintain some contact with the group in the coming year.

In the past, the group has held successful weekly meetings devoted to current research. However, in the coming year, the group will have to survive with a much reduced core. Increased student participation will be sought and the emphasis will be on a systematic study of Rudin's book [8] rather than current research topics alone.

9.2. The research activities of Brummelhuis.

A brief description of the work by Korevaar, Wiegerinck and Zeinstra may be found in the final report on project SMC (WGM Analyse) 10-70-05 of March 1985 ("project Wiegerinck"). During 1984-85, Brummelhuis has completed two excellent reports which are described under A and B below.

A. F. and M. Riesz theorems. Brummelhuis has continued his work on F. and M. Riesz theorems announced in the previous report. The original F. and M. Riesz theorem asserts that a measure on the circle (or of period  $2\pi$ ), whose Fourier coefficients of negative index are zero, is absolutely continuous. Various generalizations are known, but the stronger results were always for Abelian groups. Motivated by the case of the unit sphere in  $\mathbb{C}^n$ , Brummelhuis has obtained an important breakthrough. His final result is a fairly general F. and M. Riesz theorem for homogeneous spaces  $K/H$ , where  $K$  is a compact group whose center contains a circle group, while  $H$  is a closed subgroup of  $K$ . Special cases in  $\mathbb{C}^n$  include the unit sphere and more generally, the Shilov boundary of a bounded symmetric domain.

vervolg 9.

Furthermore, the theorem contains the classical F. and M. Riesz theorem as well as Bochner's generalization to the torus. For details, we refer to [3]; the report has been submitted for publication. The work has been followed closely by Dr. Koornwinder of CWI, whose helpful remarks are gratefully acknowledged.

B. Characterization of  $H^p(B)$  in terms of  $H_{\max}^p(S)$ . Let  $B$  denote the unit ball in  $\mathbb{C}^n$ ,  $S$  the unit sphere. In [4] it is proved that a distribution on  $S$  is the "boundary value" of a holomorphic function on  $B$  if and only if it is a weak solution of the tangential Cauchy-Riemann equations. As a corollary,  $H^p(B)$  may be characterized as the set of those elements of  $H_{\max}^p(S)$  which weakly satisfy those equations. See [4], of which an improved version will appear in Indagationes Mathematicae, 1985.

C. Boundary behavior of  $H^p$  functions. By combining one-variable  $H^p$  theory with a technique due to Fefferman and Stein [5], it is possible to give a rather simple proof of Korányi's results on the boundary behavior of  $H^p$  functions in  $\mathbb{C}^n$  (cf. [8], in particular § 5.6). A report is in preparation.

D. Modification theorems. There has been no significant progress in the problem area where one modifies a given measure by a singular measure to obtain certain desirable properties, cf. 9.2.2 A and 9.3 (ii) of last year.

E. Zeta-functions. The group has looked at De Branges' work [2] related to the Riemann hypothesis. It was observed that his interesting new functional equation for zeta-functions can also be obtained by classical arguments.

### 9.3. Adjusted research plans for 1985-86.

(1) F. and M. Riesz theorems. Are there interesting theorems of this type for non-compact groups, in particular for the nilpotent Lie groups which occur on the Shilov boundary of generalized Siegel half-planes?

(2) A class of function algebras related to  $H^p$  theory. There is an interesting family of function algebras  $A_\alpha$  on the unit sphere  $S$  in  $\mathbb{C}^n$ ,  $0 \leq \alpha < 1$ :

$$A_\alpha = \text{closure in } C(S) \text{ of } \bigcup_{s \leq \alpha r} H(r, s)$$

(cf. [8], chapter 12). It is proposed to investigate the closure  $H^p(A_\alpha)$  of  $A_\alpha$  in  $L^p(S)$ ,  $0 < p < \infty$ . The resulting theory should have many features in common with other  $H^p$  theories. In particular,

vervolg 9. if  $\alpha = 1$ , there is a direct connection with the abstract  $H^p$  theory for function algebras (cf. [7]):  $A_1$  is a so-called Dirichlet algebra. A natural conjecture would be:

$$\text{Re } H^p(A_1) \simeq H_{\max}^p(S), \quad 0 < p \leq \infty.$$

(3) Local Fatou theorem for bounded symmetric domains. A local Fatou theorem (giving existence of boundary limits for functions satisfying a local boundedness condition) is known only for the unit ball ("rank one case"). Such a theorem for holomorphic functions on an arbitrary bounded symmetric domain  $D$  would imply the existence of boundary limits in the sense of Korányi (cf. [6]) for functions of Nevanlinna class. This seems to be an open problem (personal communication by Korányi). There might be a connection with appropriate capacities in  $\mathbb{C}^n$ . It may be observed that an open part of the Shilov boundary of  $D$  always has positive (projective) capacity.

Capacities in  $\mathbb{C}^n$  have been the subject of a good deal of recent work, cf. Siciak's monograph [9]. They have been studied in our project group and play a role in the recent work by Wiegerinck and Korevaar on holomorphic extension. Siciak has indicated an interest in visiting us next year.

(4) Boundary behavior of  $H^p$  functions. Could the work mentioned under C above be extended to arbitrary bounded symmetric domains and to pseudoconvex regions? The last question will probably have strong connections with differential geometry (geodesics of the Bergman metric).

(5) Inner functions. Aleksandrov [1] has recently written an article on inner functions on arbitrary bounded symmetric domains. Brummelhuis plans to study this work and to report on it.

#### 9.4. References.

- [1] A.B. Aleksandrov, Inner functions on compact spaces. *Funkt. Analiz. i. Ego Priloz.*, April-June 1984 (= *Funct. Analysis and Appl.*, October 1984).
- [2] L. de Branges, The Riemann hypothesis for Hilbert spaces of entire functions. *Purdue Univ. Report*, 1985.
- [3] R. Brummelhuis, F. and M. Riesz theorems for bounded symmetric domains. *UvA Report 85-02*.
- [4] R. Brummelhuis, A characterization of holomorphic  $H^p$  space on the unit ball of  $\mathbb{C}^n$  in terms of real  $H^p$  space on the sphere. *UvA Report 84-34*.
- [5] C. Fefferman and E.M. Stein,  $H^p$  spaces of several variables. *Acta Math.* 129 (1972) 137 - 193.

- vervolg 9.
- [6] A. Korányi, Harmonic functions on symmetric spaces. In: Harmonic Anal. in Euclidean Spaces, Proc. Symp. Pure Math. XXXV, part 1 (1979) 323 - 344.
  - [7] G.M. Leibowitz, Lectures on complex function algebras. Scott, Foresman and Company, 1970.
  - [8] W. Rudin, Function theory in the unit ball of  $\mathbb{C}^n$ . Springer, Berlin, 1980.
  - [9] J. Siciak, Extremal pluri-subharmonic functions and capacities in  $\mathbb{C}^n$ . Sophia Kokyuroku in Math. 14. Dept. of Math., Sophia University, Tokyo, 1982.

---

10.

Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987

See above.

---

11.

Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)

ZWO research fellow ("medewerker") Brummelhuis will carry out research work along the lines indicated above. He will actively participate in the complex analysis seminar at the Math. Institute of the University of Amsterdam. He will take part in the writing of articles and reports related to the project. Finally, he should organize the results of his research in a Ph.D. thesis, to be completed under Korevaar's direction by the beginning of 1988.

---

12.  
Hernieuwde aanvraag

Vorig. doss.nr: 10-70-11

13.

Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-70-11

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (mannen)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	10	-	p.m.
	aangevraagd	1985	12	-	p.m.
	toegekend	1985	12	-	p.m.
	AANVRAAG	1986	12	-	p.m.
	raming	1987	12	-	p.m.
	raming	1988	2	-	
	raming	1989			
	raming	1990			
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	R.G.M. Brummelhuis	adj. wetensch. ambtenaar	1-3-1984	29-2-1988	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Voor een voldoende gevorderd onderzoeker is het nuttig om enige internationale conferenties bij te wonen.				

Ondertekening

Aanvrager(s):

Datum: 20 juni 1985.





1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland		Dossiernummer: 10-70-12 Continueringsaanvraag
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: E.G.F. Thomas Instelling: Mathematisch Instituut RUG Corr.adres: Postbus 800, 9700 AV GRONINGEN	Functie: Hoogleraar wiskunde 050-116754 Telefoon:		
1b. Aanvrager(s)	Naam: G. van Dijk Naam: Naam:	Functie: Hoogleraar Functie: wiskunde Functie:	Instelling: RUL Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Harmonische Analyse op gegeneraliseerde Gelfand paren. Harmonic Analysis on generalised Gelfand pairs.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut RUG			
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	Onderzoek naar de regulariteit van de componentruimtes in de Plancherel ontbinding.  Problem of the regularity of the component spaces in the Plancherel decomposition.			
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Prof.Dr. E.G.F. Thomas Prof.Dr. G. van Dijk Drs. D. van Rossum du Chattel	Analyse Analyse Analyse	RUG RUL ZWO	8 volledige tijd
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 januari 1984		
7. Publikaties	Dissertatie, artikelen, rapporten.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): 1202 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WG Analyse, theoretische analyse d. 1980 Mathematics Subject Classification: 43 A 85			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

~~XX~~ of 9b.

- A. Samenvatting van huidige stand.  
B. Toekomstig onderzoek.

A. Laat  $G$  een Liegroep zijn,  $H$  een gesloten ondergroep,  $X = G/H$ . We nemen aan dat  $X$  een invariante maat bezit. De ruimte  $L^2(X)$  is dan een  $G$ -invariante Hilbertdeelruimte van de ruimte  $D'(X)$  van distributies op  $X$ .

Het eerste deel van het project was, in het geval van een semi-direct produkt  $G = N \otimes H$ , de klasse  $\text{Hilb}_G(D'(X))$  bestaande uit  $G$ -invariante Hilbertdeelruimtes te onderzoeken, speciaal m.b.t. de vraag naar de regulariteit van de minimaal invariante deelruimtes.

Hierbij zijn vorderingen gemaakt in het geval  $N = \mathbb{R}^m$ . De invariante deelruimtes zijn van de vorm  $F\Lambda^2(\mu)$ , met  $\mu$  een getemperde Radon maat op  $\mathbb{R}^m$  (L. Schwartz), en noodzakelijk en voldoende voorwaarden op  $\mu$  zijn nu bekend opdat  $F\Lambda^2(\mu)$  bestaat uit distributies van de orde  $n$ .

Hiermee kan een voorbeeld worden gemaakt van een oplosbare groep  $G$ , met de eigenschap dat de componenten van de Plancherel ontbinding van  $L^2(G)$  bijna geen van alle in  $L^2_{loc}$  zijn bevatten. Dit lost een van de aanvankelijk gestelde vragen op.

Dit onderzoek houdt nauw verband met de spectraal analyse van invariante differentiaal operatoren, en de vraag naar de existentie van gegeneraliseerde eigenvectoren in  $L^2_{loc}$ . Ook hier zijn een aantal resultaten verkregen.

Vervolgens is het kader uitgebreid tot het geval van vectorwaardige functies. We beschouwen nu een representatie  $\tau$  van  $H$  in een ruimte  $F$ . Als  $\xi = G \times F / H$ , de bijbehorende  $G$ -bundel is, wordt in het voorgaande de ruimte  $D'(X)$  vervangen door de ruimte  $D'(\xi)$  van distributie-secties met waarden in  $\xi$ . Wanneer  $F$  eindig-dimensionaal is, of  $G = N \otimes H$ , kan  $D'(\xi)$  gemakkelijk worden gedefinieerd; in het alemene geval is dit een indien nodig op blz. 2a vervolgen

vervolg 9.

probleem, en is het niet uitgesloten dat de existentie van een Plancherel ontbinding, zoals boven bedoeld, samenhangt met de regulariteitsvraag.

In het speciale geval waar  $G$  de Poincaré groep is, en  $\tau$  een van de eindig-dimensionale analytische representaties is van de Lorentz groep, (of liever van  $SL(2, \mathbb{C})$ ), is de structuur van  $Hilb_G(D'(\xi))$  geheel bekend. Het werk van L. Schwartz [1] is op twee punten gepreciseerd: er is aangetoond dat de actie multipliciteitsvrij is, en de orde van de distributies in de minimale ruimtes is bepaald. Deze blijkt af te hangen van de graad van  $\tau$ .

B. Het onderzoek in de toekomst zouden we o.m. willen richten op het geval waar  $\tau$  unitair is. In dat geval is de ruimte  $L^2(\xi)$  van kwadratisch integreerbare secties een  $G$ -invariante Hilbertdeelruimte van  $D'(\xi)$ , en is de actie van  $G$  in  $L^2(\xi)$  is niets anders dan de Mackey geïnduceerde representatie van  $\tau$ . We interesseren ons als voorheen in de existentie en eenduidigheid van de ontbinding van  $L^2(\xi)$  in minimaal invariante Hilbert deelruimtes van  $D'(\xi)$ . Bij niet-uniciteit hopen we een generalisatie van de Frobenius reciprociteitsstelling te verkrijgen die informatie verschaft over de multipliciteit waarmee bepaalde irreducibele representaties voorkomen. Dit soort resultaat zou de generalisatie van Cartier [2] nog moeten verscherpen, daar we niet aannemen dat  $G/H$  compact is. Wanneer  $\tau$  oneindige graad heeft, hetgeen bij veel interessante gevallen (zoals  $H = SL(2, \mathbb{C})$ ) gedwongen is, is de existentie van minimale ruimtes in  $D'(\xi)$  een te onderzoeken probleem, daar  $D'(\xi)$  dan niet meer co-nucleair is. Er zijn aanwijzingen dat de beoogde reciprociteitsstelling ook over de existentie van irreducibele deelruimtes informatie zou kunnen verschaffen.

[1] L. Schwartz, Application of distributions to the theory of elementary particles in quantum mechanics, Gordon and Breach, 1968.

[2] P. Cartier, Vecteurs différentiables dans les représentations des groupes de Lie. Séminaire Bourbaki 74-75 n° 454.

**10.**

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

Gegeneraliseerde frobeniusstelling, althans bij eindig-dimensionale vezels. Existente van irreducible deelruimtes in het geval van oneindigdimensionale Hilbert vezels.

**11.**

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Promotie onderzoek.

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

**13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Geen

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer:

10-70-12

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	12	zie onder	p.m.
	raming	1987	12		
	raming	1988			
	raming	1989			
	raming	1990			
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	D. van Rossum du Chattel		1-1-84	1-1-88	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	We hopen Professor L. Corwin tijdens zijn sabbatical in 1986 enige tijd hier te kunnen krijgen. Dit moet nog nader worden overlegd.				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Het zou goed zijn als van Rossum opnieuw een zomerschool zou kunnen bezoeken. Dit is nog niet in detail gepland.				
Ondertekening	Aanvrager(s):	<i>G.F. Dijkema</i> in overleg met G. van Dijk			Datum: 29-6-85



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-70-14

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Dr.ir. A.H.P. van der Burgh Instelling: Onderafdeling der Wiskunde en Informatica Corr.adres: Julianalaan 132 2628 BL DELFT	Functie: Wet. hfd. medew. Telefoon: 015 - 784420																	
1b. Aanvrager(s)	Naam: Prof.dr.ir. J.W. Reyn Naam: dr.ir. A.H.P. v.d. Burgh Naam:	Functie: Hoogleraar Functie: wet. hfd. medew. Functie: Instelling: T.H.D. Instelling: T.H.D. Instelling:																	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	<b>ASYMPTOTISCHE ANALYSE VAN STROMINGS-GEINDUCEERDE TRILLINGEN</b> <b>ASYMPTOTIC ANALYSIS OF FLOW-INDUCED VIBRATIONS</b>																		
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Onderafdeling der Wiskunde en Informatica Julianalaan 132 2628 BL DELFT																		
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>Onderzoek van enige mathematische modellen die stromings-geïnduceerde trillingen van elastische structuren beschrijven. Beschouwd wordt een quasi-stationair stromend medium waarin zich een lineaire oscillator met twee of drie graden van vrijheid bevindt. In de modelvorming is essentieel dat liftkrachten en momenten verondersteld worden te zijn niet-lineaire functies van de relatieve aanstroomhoek. Onder deze aanname kunnen bewegingsvergelijkingen worden afgeleid die een interessante autonome structuur hebben. Een belangrijk deel van het onderzoek heeft betrekking op het kwalitatieve en kwantitatieve gedrag van de oplossingen van deze vergelijkingen i.h.b. vertakking van periodieke oplossingen, stabiliteit enz.</p> <p>The aim of the project is to study some mathematical models describing vibrations of certain elastic structures in a quasi-steady flow. As an elastic structure a wing profile hung from springs, with two or three degrees of freedom is considered. It is assumed that the lift forces and moments are nonlinear functions of the angle of flow relative to the structure. Under this assumption equations of motion can be derived which have an interesting autonomous (non-conservative) structure. A qualitative and quantitative study of the behaviour of the solutions, e.g. number of limit cycles, stability, bifurcation will be carried out.</p>																		
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam en titel(s)</th> <th>afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th>ten laste van</th> <th>uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof.dr.ir. J.W. Reyn</td> <td>Differentiaalvergelijkingen/ Stromingsleer</td> <td>T.H.D.</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>dr.ir. A.H.P. van der Burgh</td> <td>Differentiaalvergelijkingen/ niet-lineaire trillingen</td> <td>T.H.D.</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>drs. C.G.A. van der Beek</td> <td>Toegepaste Analyse</td> <td>Z.W.O.</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Prof.dr.ir. J.W. Reyn	Differentiaalvergelijkingen/ Stromingsleer	T.H.D.	3	dr.ir. A.H.P. van der Burgh	Differentiaalvergelijkingen/ niet-lineaire trillingen	T.H.D.	3	drs. C.G.A. van der Beek	Toegepaste Analyse	Z.W.O.	40		
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden																
Prof.dr.ir. J.W. Reyn	Differentiaalvergelijkingen/ Stromingsleer	T.H.D.	3																
dr.ir. A.H.P. van der Burgh	Differentiaalvergelijkingen/ niet-lineaire trillingen	T.H.D.	3																
drs. C.G.A. van der Beek	Toegepaste Analyse	Z.W.O.	40																
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 01-09-1985																	
7. Publikaties	Proefschrift																		
8. - Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): p.130 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WGM - Analyse d. 1980 Mathematics Subject Classification: 34c																		

9.

Nadere uitwerking  
van de probleem-  
en doelstelling  
van het onderzoek

Description  
of aims of  
the project  
and of  
principal  
problems

Flow-induced vibrations have become increasingly important in recent years. Developments in Off-shore Technology give rise to new problems e.g. dynamics of marine-risers and tow cables used for floating production platforms. Additionally designers tend to use materials to their limits causing elastic structures to become progressively lighter and more flexible. A special subject in the theory of flow-induced vibrations is the description of the dynamics of an elastic structure in a steady flow. When one assumes that the flow is quasi-steady, that is when the fluid force on the structure is determined solely by the instantaneous relative velocity and the angle of attack of the flow to the structure, the information about the fluid force can be measured by tests on stationary models held at various angles in a flowing medium. The flowing medium exerts drag, lift forces and moments on the structure which may cause flow-induced oscillations. In the classical theory of aero- and hydroelasticity one studies dynamic instability on the basis of linear equations. In a number of technical problems however one wishes to study nonlinear stability as well as finite amplitude oscillations. In reference [2] an example of such a technical problem is discussed in more detail. The book by Blevins [1] may be considered as a first step to develop an analytical theory, (with rather simple mathematical models) on flow-induced vibrations. A special problem with a more advanced mathematical model is discussed in reference [2], which is aimed as a starting point for the research project to be described. Since most structures are near-linear in deformation with increasing load a linear oscillator (with two degrees of freedom) will be considered in the first stage. The dynamics of a linear oscillator in a quasi-steady flow may be described by two rather complicated non-linear differential equations ((3.11) on page 8 of ref. [2]). The non-linear coupling terms consist of terms with a conservative (Hamiltonian) and a non-conservative character. The behaviour of the solutions of the equations of motion in absence of the non-conservative terms has been investigated for the interesting case  $\omega_z / \omega_\phi = 2$  rather well. However the perturbed Hamiltonian system (3.11) is much more complicated. When  $\omega_z / \omega_\phi = \text{irrational}$  equations (3.14), which constitute a new system of non-linearly coupled van der Pol equations, may be used as model equations. It looks like that by using principles as given in [3] this system may have 0,1,2,3,4 or an infinite number of limit-cycles, when certain conditions hold. It can be shown that the coupled van der Pol equations may not be used as a mathematical model when  $\omega_\phi = \omega_z$  and  $\omega_z = 2\omega_\phi$ .

vervolg 9.

As is well known in the case  $\omega_z = 2\omega_\phi$  the oscillator exhibits non-linear internal resonance.

In the first stage the equations of motion will be investigated when  $\omega_\phi = \omega_z$  and  $\omega_z = 2\omega_\phi$ , including detuning. A qualitative description of the behaviour of the solutions e.g. number of limit cycles and/or periodic solutions, stability and bifurcation of periodic solutions near equilibrium points is a main part of the study in the first stage.

In the second stage the model should be extended to three degrees of freedom including torsional vibrations, generated by aerodynamic moments. Analogous questions as mentioned should be studied. In the final stage it would be of interest to extend the results to continuous systems e.g. a taut string or a slender beam in a quasi-steady flow. As a mathematical tool the averaging method and the qualitative theory as given in reference [3.] and extention may be used.

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| [1.] R.D. Blevins         | Flow-induced vibration.<br>Van Nostrand, N.Y. 1977.  |
| [2.] A.H.P. van der Burgh | A simple aeroelastic oscillator as a model<br>for conductor galloping.<br>Report 84-17. Department of Mathematics and<br>Informatics, Delft. |
| [3.] J.J. Duistermaat     | On periodic solutions near equilibrium points<br>of conservative systems. Arch. Rat. Mech. Anal.<br><u>45</u> (1972) 143-160.                |

10.

Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987

01-09-1985/28-02-1986 study of the relevant literature  
01-03-1986/28-02-1987 qualitative study of the two degree of freedom system when  $\omega_0 = \omega_z$  and  $\omega_z = 2\omega_0$   
01-03-1987/28-02-1988 extension to three degrees of freedom (including derivation of the mathematical model)  
01-03-1988/28-02-1989 study of possibilities to extend results and principles to continuous systems.  
01-03-1989/31-08-1989 drawing up a thesis.

11.

Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)

Specific tasks of the candidate researcher(s)

De taken voor de gevraagde medewerker volgen uit de projectbeschrijving en het werkplan.

Prof.dr.ir. J.W. Reyn zal als promotor optreden.

12.  
Hernieuwde aanvraag

Vorig. doss.nr:

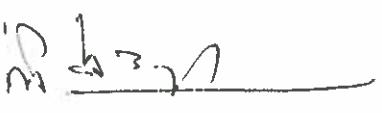
13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-70-14

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985	4		
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		
	raming	1988	12		
	raming	1989	8		
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>				
	<b>Naam</b>		<b>Functieniveau</b>	<b>Aanvangsdatum</b>	<b>Beëindigingsdatum</b>
	drs. C.G.A. van der Beek		wet. assistent	01-09-1985	31-08-1989
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
Ondertekening	Aanvrager(s):				Datum:
					5 juli 1985



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10~70~16	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.Dr. G. van Dijk Instelling: Mathematisch Instituut, R.U.L. Corr.adres: Wassenaarseweg 80, 2333 AL Leiden	Functie: hoogleraar Wiskunde Telefoon: 071 - 148333 tst.5081		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. T.H. Koornwinder Naam: Naam:	Functie: wetenschappelijk Functie: hoofdmedewerker Functie:	Instelling: C.W.I., Amsterdam Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Analyse op Lie groepen. Analysis on Lie groups.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut Rijksuniversiteit Leiden			
4.  Technical abstract	Harmonische analyse op (pseudo-) Riemannse symmetrische ruimten.  Harmonic analysis on (pseudo-) Riemannian symmetric spaces.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Prof.Dr. G. van Dijk Dr. T.H. Koornwinder Dr. G.J. Heckman Dr. E.P. van den Ban Drs. M. Poel Drs. E.P.H. Bosman ZWO-medewerker	afstudeerrichting/ specialisatie  Analyse Analyse Analyse Analyse Analyse Analyse Analyse	ten laste van  RUL CWI RUL CWI RUU RUL ZWO	uren/week in 1986 te besteden  8 4 2 2 30 30 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 januari 1986.		
7. Publikaties	dissertaties, artikelen, rapporten, congresvoordrachten.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification:	Analyse op Lie groepen P140 en P120. b. - c. WGM Analyse, sectie theoretische analyse. d. 43A85.		

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

This project is a continuation of a project under the same name, doss.nr. 10-70-03.

Let  $X = G/H$  be a pseudo-Riemannian semisimple symmetric space. Well-known examples are provided with the real hyperbolic spaces  $SO_0(p,q)/SO_0(p-1,q)$ . The aim of this project is to do harmonic analysis on  $X$ , e.g. determination and study of the spherical distributions and their asymptotics, the corresponding Fourier analysis, the  $G$ -invariant differential operators and the spaces of their common eigendistributions on  $X$ . This work is embedded in international research performed by people around

Oshima, Matsuki, Sekiguchi (Japan)  
 Flensted-Jensen, Schlichtkrull (Denmark)  
 J. Faraut (France).<sup>1)</sup>

In The Netherlands there is a strong relation with work by Van den Ban (Amsterdam) and Thomas (Groningen). One of the efforts of the project-group has been the determination of the discrete series and the Plancherel formula for rank one real semi-simple symmetric spaces (see [3], [4], [6]). We mention a few striking features obtained:

- (i) Almost all rank-one pairs are generalized Gelfand pairs (Van Dijk).
- (ii) In case  $X = Sp(n+1, \mathbb{R})/Sp(1, \mathbb{R}) \times Sp(n, \mathbb{R})$  all discrete series-distributions are supported by the closure of the elliptic set (W.A. Kosters). [This is in complete contrast with the "group" case.]
- (iii) The spherical distributions attached to discrete series representations are explicitly known. (In the case of general rank this is an open problem, posed by Oshima.)
- (iv) In some cases the classification of the irreducible unitary representations of  $G$  with an  $H$ -fixed distribution-vector can be obtained (hyperbolic spaces: Faraut;  $SL(3, \mathbb{R})/GL(2, \mathbb{R})$  : Molcanov, Poel).

For the near future the following research by our students is planned:

- a. Continuation of (iv) for other rank one pairs. (Poel)
- b. Harmonic analysis of complex symmetric spaces, in particular spaces of complex rank equal to one e.g.  $SL(n+1, \mathbb{C})/GL(n, \mathbb{C})$ . (ZWO-medewerker)
- c. Harmonic analysis of  $p$ -adic symmetric spaces. Rank one spaces are being studied by E. Bosman. (The motivation for studying these spaces was given by Harish-Chandra's Lefschetz principle: "whatever is true for real groups is also true for  $p$ -adic groups" [2].)

<sup>1)</sup> Oshima, Matsuki and Sekiguchi will visit Leiden in September 1985.

vervolg 9.

Literature.

- [1] Flensted-Jensen, M., Discrete series of semisimple symmetric spaces, Ann. of Math. 111(1980), 253-311.
- [2] Harish-Chandra (Notes by G. van Dijk), Harmonic analysis on reductive  $p$ -adic groups, Lecture Notes in Mathematics, vol. 162, Springer, Berlin etc., 1970.
- [3] Kosters, M.T., Spherical distributions on rank one symmetric spaces, Ph.D. Dissertation, University of Leiden, 1983 (parts will appear in J. Funct. An.).
- [4] Kosters, W.A., Harmonic analysis on symmetric spaces, Ph.D. Dissertation, University of Leiden, 1985 (parts have appeared in Proc. Kon. Ned. Ak. Wet. 1984).
- [5] Oshima, T. and J. Sekiguchi, Eigenspaces of invariant differential operators on an affine symmetric space, Invent. Math. 57 (1980), 1-81.
- [6] Van Dijk, G. and M. Poel, The Plancherel formula for the pseudo-Riemannian space  $SL(n, \mathbb{R})/GL(n-1, \mathbb{R})$ , preprint RUL (1984), submitted.

10.

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

(Only for the above part b.)

1986-1987:

- Introduction to the literature of harmonic analysis on symmetric spaces.
- Harmonic analysis on complex rank one spaces  $X = G/H$ .
- Is  $(G, H)$  a generalized Gelfand pair?

1988-1989:

The same questions for general complex symmetric spaces.

11.

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Promotie-onderzoek binnen het project.

Beperkte onderwijsstaak.

Promotor: Prof.Dr. G. van Dijk.

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

13.

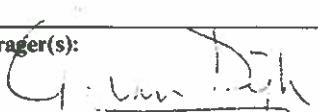
**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

4

Dossiernummer:

<b>Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun</b>  <b>14.</b>	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten								
	toegekend	1984											
	aangevraagd	1985											
	toegekend	1985											
	<b>AANVRAAG</b>	<b>1986</b>	12			p.m.							
	raming	1987	12										
	raming	1988	12										
	raming	1989	12										
15.  <b>Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun</b>	<b>a. Personeel</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Naam</th> <th>Functieniveau</th> <th>Aanvangsdatum</th> <th>Beëindigingsdatum</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Drs. M.F.E. de Jeu</td> <td>wetenschappelijk assistent</td> <td>01-01-1986</td> <td>31-12-1989</td> </tr> </tbody> </table> <b>b. Apparatuur</b>      <b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>      <b>d. Reis- en overige kosten</b> Deelname aan een zomerschool in het buitenland; bezoek seminaria en colloquia in Nederland. Totaal bedrag fl.500,-					Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	Drs. M.F.E. de Jeu	wetenschappelijk assistent	01-01-1986	31-12-1989
Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum										
Drs. M.F.E. de Jeu	wetenschappelijk assistent	01-01-1986	31-12-1989										
Ondertekening	Aanvrager(s): 			Datum:									
	Prof.Dr. G. van Dijk.			26 april 1985.									

vervolg 14.

- Marcel Franciscus Egidius de Jeu,  
Wassenaarseweg 107,  
2333 AW Leiden,  
tel. 071 - 177624.
- geboren: 10 december 1962 te Pernis  
ongehuwd.
- aanvang studie RUL, september 1980  
kandidaatsexamen wiskunde : najaar 1982  
kandidaatsexamen natuurkunde: voorjaar 1983  
doctoraalexamen wiskunde : november/december 1985.
- buitengewoon dienstplichtig.
- academisch jaar 1984/1985: studentassistent wiskunde.

De heer De Jeu zal bij mij cum laude afstuderen (gemiddeld cijfer 9.1).  
Dok volgens de collega's in Leiden is De Jeu een buitengewoon goede student  
met vele kwaliteiten.

Daar hij min of meer klaar is met zijn doctoraalprogramma is hij reeds begonnen  
zich in het onderzoeksonderwerp in te werken. Ik heb hoge verwachtingen  
van hem.

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-75-01	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr.ir. W. Eckhaus Instelling: Mathematisch Instituut Corr.adres: Budapestlaan 6, 3508 TA Utrecht	Functie: hoogleraar Telefoon: 030 - 531530		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. A. van Harten Naam: Dr. F. Verhulst Naam:	Functie: wet.hoofdmedew. Functie: wet.hoofdmedew. Functie:	Instelling: R.U.U. Instelling: R.U.U. Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek  Title of project	Asymptotische methoden voor de analyse van singuliere storingen en dynamische systemen.  Asymptotic methods for the analysis of singular perturbation and dynamical systems			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut der R.U. Utrecht			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling    Technical abstract	Verdere ontwikkeling van de methoden van asymptotische analyse en haar toepassingen, in het bijzonder met betrekking tot de tijdsevolutie van vrije randen.  Further development of the methods of asymptotic analysis and applications, in particular with respect to the time-evolution of free boundaries.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Eckhaus, Prof.dr.ir. W. Harten, Dr. A. van Verhulst, Dr. F. Hassel, Drs. R.R. van	afstudeerrichting/ specialisatie  Toegepaste Wiskunde Toegepaste Wiskunde Toegepaste Wiskunde Toegepaste Wiskunde	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
			RUU RUU RUU ZWO	10 15 5 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 sept. 1982		
7. Publikaties	- artikelen - dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1202 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Analyse, sectie Toegepaste An. d. 1980 Mathematics Subject Classification: 35 A15, 35 B25, 35 C20, 35 K55			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

9b

In de verstreken periode werd een studie van het gedrag van de oplossing van singulier gestoorde, dynamische vrije rand-problemen van het type zoals in de oorspronkelijke aanvraag, dossiernr. 10-75-01, werd voorgesteld, namelijk

$$u \leq 0 \text{ in } \Omega \times (0, \infty), \quad \frac{\partial u}{\partial t} + L_\epsilon u - f = 0 \text{ als } u < 0$$

$$(*) \quad u|_{\partial\Omega} = 0$$

$$u|_{t=0} = u_0 \leq 0.$$

Hierbij is  $\Omega$  een gebied in  $\mathbb{R}^n$  en  $L$  is een uniform elliptische, 2e-orde operator:

$$L_\epsilon = -\epsilon \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} a_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} + a_0(x)$$

met  $\epsilon > 0$  een kleine parameter.

De data  $f$  en  $u_0$  en de coëfficiënten van  $L_\epsilon$  veronderstellen we voldoende glad en aan  $u_0$  leggen we de compatibiliteitseis  $u_0|_{\partial\Omega} = 0$  op.

Het kan nu worden aangetoond, dat het probleem (\*) een unieke oplossing heeft welke voor elke  $T > 0$  voldoet aan

$$u \in L^2((0, T) \rightarrow H^2(\Omega)) \text{ en } u \in H^1((0, T) \rightarrow L^2(\Omega)).$$

Deze oplossing kan tevens worden gekarakteriseerd m.b.v. variationele ongelijkheden.

Onze doelstelling is nu inzicht te krijgen in het gedrag van deze oplossing door middel van het construeren van een asymptotische benadering van de oplossing voor  $\epsilon$  voldoende klein, waarvan de correctheid wordt bewezen.

vervolg 9.

Voor een nadere uitwerking van de doelstelling zij verwezen naar de continueringaanvraag van 1984. Het onderzoek beweegt zich langs de daar geschatste lijn.

Inmiddels is veel inzicht verkregen in constructies van benaderingen in allerlei gevallen met 1 plaatsvariabele of meerdere plaatsvariabelen zowel zonder als met convectie.

T.a.v. de bewijstechniek ontstonden zeer bruikbare nieuwe inzichten omtrent het vinden van barrières voor de oplossing, waarmee verscherpingen van reeds gevonden resultaten mogelijk werden èn tevens nieuwe gevallen kunnen worden aangepakt.

Een deel van de resultaten zijn in de vorm van een preprint beschikbaar.

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1985-1986: zelfstandige aanpak van de in 9 geschetste problematiek door de promotiedewerker.  
Speciaal zal de aandacht worden gericht op hoger dimensionale effecten in situaties zowel met als zonder convectie. Daarnaast zal worden getracht de bewijstechniek te verfijnen zodat correctheid van hogere orde benaderingen kan worden aangetoond.

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Taak van de promotiedewerker is het bij 10 omschreven werkplan. Als promotor zal optreden Prof.dr.ir. W. Eckhaus en als co-promotor Dr. A. van Harten.

**12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr: 10-75-01

**13.  
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

geen

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-75-01

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	12			
	aangevraagd	1985	12			
	toegekend	1985	12			
	AANVRAAG	1986	8			
	raming	1987	-			
	raming	1988	-			
	raming	1989				
	raming	1990				
15.	a. Personeel					
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum		
	R.R. van Hassel	adj.wet.ambt.	1 september 1982	31 augustus 1986		
	b. Apparatuur					
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen					
	d. Reis- en overige kosten					
Ondertekening	Aanvraager(s):	<i>J. van Hassel</i>			Datum:	20-6-1985



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-75-07

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Dr. F. Verhulst Instelling: R.U.Utrecht Corr.adres: Budapestlaan 6, Utrecht	Functie:  Telefoon: 030-531526		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. F. Verhulst Naam: Dr. J.A. Sanders Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: R.U.U. Instelling: V.U.A. Instelling:		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Quantisatie van 3-vrijheidsgraden systemen Quantization of systems with 3 degrees of freedom			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	tot 1-1-86: vnl. Wiskundig Seminarium v/d V.U. te Amsterdam vanaf 1-1-86: vnl. Subfaculteit Wiskunde v/d R.U. te Utrecht			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Er wordt onderzoek gedaan naar de quantisatie van Hamilton systemen met 3 vrijheidsgraden. Hierbij concentreren we ons zowel op de numerieke als op de formele aspecten van deze problematiek.			
Technical abstract	The quantization of Hamiltonian systems with 3 degrees of freedom is investigated. We concentrate on both the numerical and the formal aspects of this field.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Dr. F. Verhulst Dr. J.A. Sanders Drs. M.A. Fekken	afstudeerrichting/ specialisatie  Wiskunde/Zuivere Analyse	ten laste van  R.U.U. V.U.A. Z.W.O.	uren/week in 1986 te besteden  8 8 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 juli 1983		
7. Publikaties	In juli 1985 verschijnt: "The Quantization of Local Hamiltonian Phase Flow", V.U. report (?) door M.A. Fekken.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): Technische Natuur- en Scheikunde c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: Analyse d. 1980 Mathematics Subject Classification: 70H05, 81C99			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9b.

Recapitulatie: We onderzoeken de quantisatie van Hamilton-systeem in 3 vrijheidsgraden, waarbij we vooral geïnteresseerd zijn in aspecten als:

- 1) Het (met de computer) op normaalgedaante brengen van klassieke Hamiltonfuncties.
- 2) Formele quantisatie van de klassieke normaalgedaanten en de rechtvaardiging van de gebruikte procedure.
- 3) Numeriek en analytisch onderzoek van de gequantiseerde systemen.
- 4) Toepassingen in de theorie van de molecuulspectra.

Voortgang en resultaten 1984/1985: De eerste fase van het project is overwegend van technische (numerieke) aard geweest. Behoudens een vertraging van circa 6 maanden, is deze eerste fase geheel volgens het werkplan verlopen. De vertraging is voor een groot deel te wijten aan een bredere aanpak van de onder 1) genoemde problemen. De voornaamste resultaten zijn:

- de voor 1) benodigde programmatuur is voor 75% gereed.
- de voor 3) benodigde programmatuur is gereed.
- er is een rapport geschreven (publicatie hiervan in juli 1985 als V.U. report no. (?) ) waarin uitvoeriger wordt ingegaan op 1), 2), 3), en de samenhang hiertussen.

(slot)

indien nodig op blz. 2a vervolgen

10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>Locatie van de werkzaamheden: vanaf 1-1-86 zullen de werkzaamheden voornamelijk plaatsvinden aan de sub-faculteit Wiskunde van de R.U. te Utrecht. Om regelmatig kontakt te hebben met (werkleider) Dr. J.A. Sanders, en om de Cyber 205 computer van SARA ook na deze datum nog te kunnen raadplegen, zal gemiddeld 1 maal per week de V.U. als werkomgeving gebruikt worden.</p> <p>De werkzaamheden: refererend naar het antwoord op 9b, kunnen we zeggen dat de volgende werkzaamheden uitgevoerd zullen worden in 1986 en 1987 (waarna het project afgesloten wordt):</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- onderzoek naar de onder 2) genoemde rechtvaardiging.</li><li>- voortzetting van het analytisch onderzoek uit 3).</li><li>- <u>uitvoering van 4) m.b.v. de gemaakte programmatuu..</u></li></ul>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>Het uitvoeren van de boven beschreven werkzaamheden zal door N.A. Fekken, ondersteund door Dr. F. Verhulst en Dr. J.A. Sanders, gedaan moeten worden.</p>
12. <b>Hernieuwde aanvraag</b>	Vorig. doss.nr:
13. <b>Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron</b>	geen

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer:

10-75-07

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984	12	-	ca f900
14.	aangevraagd	1985	12	-	p.m.
	toegekend	1985	12	-	p.m.
	AANVRAAG	1986	12	-	p.m.
	raming	1987	6	-	p.m.
	raming	1988	-		
	raming	1989			
	raming	1990			

15.

Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun

a. Personeel			
Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum
Drs. H.A. Fekken	Adj. Wet. Medewerker	1 juli 1983	30 juni 1987

## b. Apparatuur

## c. Bezoeken buitenlandse deskundigen

## d. Reis- en overige kosten

tot 1-1-86: (4 maal per week) reiskosten Utrecht-A'dam v.v.

vanaf 1-1-86: 1 maal per week reiskosten Utrecht-A'dam v.v.

(in beide gevallen wordt met de bus gereisd)

(slot)

Ondertekening

Aanvrager(s):

Datum:

1 juli 1985

1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-75-08

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Ph.Clément Instelling T.H.Delft, Onderafdeling Wsk & Inf. Corr.adres: Julianalaan 132, 2628 BL Delft	Functie: Hoogleraar Telefoon: 015-784560
1b. Aanvrager(s)	Naam: Naam: Naam:	Functie: Functie: Functie: Instelling: Instelling: Instelling:
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Semi-lineaire elliptische eigenwaarde problemen Semilinear elliptic eigenvalue problems	
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Onderafdeling der Wiskunde en Informatica, Technische Hogeschool Delft, Julianalaan 132, 2628 BL Delft	
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	Analyse van semi-lineaire elliptische eigenwaarde -problemen, in het bij- zonder van het limiet gedrag van hun oplossingen als een parameter naar oneindig gaat, door middel van variationele en topologische methoden.  Analysis of semilinear elliptic eigenvalue problems, in particular of the limiting behaviour of their solutions when a parameter tends to infinity by means of variational and topological methods.	
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Prof.dr.Ph.Clément Dr.ir.C.J.van Duyn drs.G.H.Sweers buitenlandse bezoekers	afstudeerrichting/ specialisatie  niet-lineaire analyse idem idem idem ten laste van THD THD ZWO uren/week in 1986 te besteden  16 8 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 oktober 1984
7. Publikaties	artikelen in internationale wetenschappelijke tijdschriften, congresvoordrachten en een dissertatie.	
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1202 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk comenwerkingsverband: WGM Analyse d. 1980 Mathematics Subject Classification: 34B15, 35B32, 47H07	

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

During the last nine months, existence and multiplicity of positive solutions to the following problem were considered :

$$(P) \quad \Delta u + \lambda f(x,u) = 0 \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^N \quad \lambda \in \mathbb{R}^+ \\ u(x') = 0 \quad x' \in \partial\Omega$$

where  $f$  is a  $C^1$  function satisfying

- 1)  $f(x,u) > 0$  for  $0 < u(x) < \alpha(x)$   $x \in \Omega$
- 2)  $f(x,\alpha(x)) = 0$ ,  $f_u(x,\alpha(x)) < 0$   $x \in \Omega$
- 3)  $f(x,0) = f_u(x,0) = 0$   $x \in \Omega$

$\Omega$  is a bounded domain of  $\mathbb{R}^N$  with smooth boundary.

It is known that for  $\lambda$  sufficiently large, there are at least two  $C^2$  solutions  $u_\lambda$  and  $\underline{u}_\lambda$ .

New results obtained up to now: there is  $\lambda_0 > 0$  and there is a  $C^0$ -function  $v \geq 0$  such that for  $\lambda > \lambda_0$ ,  $\bar{u}_\lambda$  is the only positive solution to (P) satisfying

$\alpha(x) > \bar{u}_\lambda(x) > v(x)$  and  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \bar{u}_\lambda(x) = \alpha(x)$ ,  $x \in \Omega$ .

Uniqueness of solutions such that  $0 \leq u_\lambda \leq \alpha$  and  $u_\lambda \neq v$  is under study. This is done first for  $f(x,u) = f(u)$  and  $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^N \mid \|x\| < 1\}$ . Here we have  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \underline{u}_\lambda(x) = 0, x \neq 0$ .

What happens with  $\underline{u}_\lambda(0)$  when  $\lambda \rightarrow \infty$  has to be understood.

---

10.

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek nà 1987**

1984-1985 Literature study  
Problems a), b), c), d) of the description

1986-1987 Continuation  
Completion of the dissertation

---

11.

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Promotieonderzoek  
Promotor : Ph.Clément

---

12.  
**Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr: 10-75-02

13.

**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

geen

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-75-08

4

Begroting van bij de  
Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC  
aangevraagde  
steun

14.

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
toegekend	1984	3			
aangevraagd	1985	12			
toegekend	1985	12			
AANVRAAG	1986	12		p.m.	p.m.
raming	1987	12			
raming	1988	9			
raming	1989				
raming	1990				

15.

Toelichting op  
en motivering van  
de aangevraagde  
steun

a. Personeel			
Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum

## b. Apparatuur

## c. Bezoeken buitenlandse deskundigen

H.Berestycki (Paris VI)

E.Mitidieri (Trieste)

## d. Reis- en overige kosten

Ondertekening

Aanvrager(s):

Datum:

18 106 185

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland		Dossiernummer: 10-75-12
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: dr.ir. A.H.P. van der Burgh Instelling: Onderafd. der Wiskunde en Informatica Corr.adres: Julianalaan 132, 2628 BL Delft	Functie:		
1b. Aanvrager(s)	Naam: prof.dr.ir. J.W. Reyn Naam: dr.ir. A.H.P. van der Burgh Naam:	Functie: hoogleraar Functie: Functie:	Instelling: TH-Delft Instelling: TH-Delft Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Asymptotische analyse van resonantie beschreven door niet-lineaire tweede orde hyperbolische differentiaalvergelijkingen.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Onderafdeling der Wiskunde en Informatica Julianalaan 132, 2628 BL Delft			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Een zekere klasse van tweede orde niet-lineaire autonome hyperbolische differentiaalvergelijkingen wordt onderzocht op het voorkomen van inwendige resonantie. Hierbij worden begin-randwaarde problemen beschouwd met als oplossingen gemoduleerde eigenfuncties die onderling trillingsenergie uitwisselen. Deze resonante oplossingen worden geconstrueerd met behulp van convergente en asymptotische methoden.			
Technical abstract				
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  prof.dr.ir. J.W. Reyn dr.ir. A.H.P. van der Burgh ir. W.T. van Horssen	afstudeerrichting/ specialisatie  Toegepaste Analyse Toegepaste Analyse Toegepaste Analyse	ten laste van  THD THD ZWO	uren/week in 1986 te besteden  3 3 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 01-09-1984		
7. Publikaties	dissertatie			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification:		P.130 431 WGM. Analyse 35c	

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Een literatuurstudie is uitgevoerd over asymptotische methoden en hun geldigheid voor begin-randwaarde problemen van het type

$$u_{tt} - u_{xx} + u + \epsilon f(u, u_t) = 0; \quad t > 0 \quad 0 < x < 1; \quad |\epsilon| \ll 1 \quad (1)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0; \quad t > 0; \quad u(x, 0) = g(x); \quad u_t(x, 0) = h(x); \quad 0 \leq x \leq 1$$

Aan twee facetten is aandacht besteed; i) de constructieve aspecten en ii) bewijzen, die gebruik van de methode rechtvaardigen.

Voor bovengenoemd probleem blijken de twee-tijdschalen methode en de Galerkin-middelingsmethode geschikte methoden om benaderingen te construeren. In de literatuur is geen bewijs te vinden over de geldigheid van deze methoden voor bovengenoemde klasse van begin-randwaardeproblemen.

Een begin is gemaakt met het bijzondere geval  $f(u, u_t) = u^3$  en  $0 < \epsilon \ll 1$ . Reeksvoorstellingen zijn geconstrueerd die formele benaderingen zijn van de oplossingen van (1). Hierbij is gebruik gemaakt van resultaten van Keller en Kogelman die (1) onderzocht hebben voor het geval dat  $f(u, u_t) = u_t - (1/3)u_t^3$ . Aangetoond is hierbij dat de resultaten van Keller en Kogelman niet uitzonderlijk zijn of alleen van belang voor dit speciale geval, zoals in de literatuur (Kevorkian, Cole) wordt opgemerkt; alle constructieve resultaten van Keller en Kogelman of uitbreidingen daarvan zijn te gebruiken indien  $f$  een veeltermstructuur in  $u$  en  $u_t$  heeft. Dit resultaat is opmerkelijk omdat men bij de constructie van de formele benaderingen te maken krijgt met een stelsel van oneindig veel niet-lineaire eerste orde differentiaalvergelijkingen.

Verder is aangetoond dat de benaderingen ook geconstrueerd kunnen worden m.b.v. de Galerkin - middelingsmethode. De benaderingen tot op eerste orde blijken zelfs identiek te zijn. Het lijkt niet eenvoudig om via deze laatste methode direct aan te tonen dat de geconstrueerde reeksvoorstellingen formele benaderingen zijn.

Vervolgens is aandacht geschenken aan het bewijs dat de geconstrueerde benaderingen ook inderdaad benaderingen van de (exacte) oplossingen zijn. Hiertoe is m.b.v. de functie van Green een equivalente integraalvergelijking afgeleid; vervolgens is m.b.v. energie-integralen en integraal ongelijkheden een afschatting afgeleid, waaruit volgt dat de formele benadering een  $O(\epsilon)$  nauwkeurige asymptotische benadering op een tijdschaal  $O(1/\sqrt{\epsilon})$  is. Dit resultaat is nieuw en weerlegt vermoedens in de literatuur als zouden volgens deze methoden benaderingen geconstrueerd kunnen worden die een geldigheid hebben op een tijdschaal  $O(1/\epsilon)$ . Bovengenoemde resultaten zullen worden gepubliceerd in een rapport dat in het najaar van '85 zal verschijnen.

**Wetenschappelijke informatie; vervolg**

Dossiernummer: 10-75-12

3

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

01-01-1986/31-12-1986: Literatuurstudie integraal ongelijkheden, asymptotische rechtvaardiging indien  $f(u, u_t) = u_t - (1/3)u_t^3$ . Uitbreiding naar stelsels hyperbolische vergelijkingen van het type:

$$u_{tt}^{(i)} - u_{xx}^{(i)} + k_i^2 u_i^{(i)} = \epsilon f_i$$

01-01-1987/31-12-1987: Toepassing van de ontwikkelde theorie op niet-dispersieve stelsels i.e.  $k_i^2 \geq 0$ .

**11.****Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)****12.  
Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

**13.****Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-75-12

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984	4		
	aangevraagd	1985	12		
	toegekend	1985	12		
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		
	raming	1988	8		
	raming	1989			
	raming	1990			
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	a. Personeel				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beeindigingsdatum	
	W.T. van Horssen	wet. assistent	01-09-1984	31-08-1988	
	b. Apparatuur				
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen				
	d. Reis- en overige kosten				
Ondertekening	Aanvrager(s):		Datum:		
	<i>W.H. van Horssen</i>			25 juni 1985	





1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<p><b>N.B. Raadpleeg de toelichting</b>  <b>Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b></p>													
		Dossiernummer: 10-78-02													
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr.ir. R. Martini Instelling: Technische Hogeschool Twente Corr.adres: Postbus 217, 7500 AE Enschede	Functie: Hoogleraar Telefoon: 053-893426													
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. P.J.M. Bongaarts Naam: Naam:	Functie: wetenschappelijk Functie: medewerker in Functie: vaste dienst	Instelling: FOM Instelling: Instelling:												
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Indexstellingen en supersymmetrische quantumveldentheorie  Index theorems and supersymmetric quantum field theory														
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Onderafdeling der Toegepaste Wiskunde, THT of Instituut Lorentz voor Theoretische Natuurkunde, RUL														
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling   Technical abstract	<p>Er bestaat een zeer interessant verband tussen modellen van de supersymmetrische quantumveldentheorie en indexstellingen uit de differentiaalmeetkunde. Het is de bedoeling van dit onderzoek deze theorie te generaliseren tot complexe variëteiten als ook de beschrijving van indices in termen van fermion padintegralen mathematisch te funderen.</p> <p>There exists a very interesting connection between models of supersymmetric quantum fields theory and index theorems of differential geometry. It is the aim of this research to generalize this theory to complex manifolds and to give a rigorous mathematical foundation of the representation of indices in terms of fermionic path integrals.</p>														
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek   Researchers involved in the project	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; width: 40%;">Naam en titel(s)</th> <th style="text-align: center; width: 40%;">afstudeerrichting/ specialisatie</th> <th style="text-align: center; width: 10%;">ten laste van</th> <th style="text-align: center; width: 10%;">uren/week in 1986 te besteden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">Prof.dr.ir. R. Martini Dr. P.J.M. Bongaarts</td> <td style="padding: 5px;">Moderne Analyse Theoretische Natuurkunde</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">THT FOM</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">8 8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Aangevraagde onderzoeker FOM Aangevraagde onderzoeker SMC Dr. P.H.M. Kersten Dr. J. van Reisen</td> <td style="padding: 5px;">Doct. Wisk. en Doct. Nat. Doct. Wisk. en Doct. Nat. Analyse Theoretische Natuurkunde</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">FOM SMC THT ---</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">40 40 4 4</td> </tr> </tbody> </table>	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden	Prof.dr.ir. R. Martini Dr. P.J.M. Bongaarts	Moderne Analyse Theoretische Natuurkunde	THT FOM	8 8	Aangevraagde onderzoeker FOM Aangevraagde onderzoeker SMC Dr. P.H.M. Kersten Dr. J. van Reisen	Doct. Wisk. en Doct. Nat. Doct. Wisk. en Doct. Nat. Analyse Theoretische Natuurkunde	FOM SMC THT ---	40 40 4 4		
Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden												
Prof.dr.ir. R. Martini Dr. P.J.M. Bongaarts	Moderne Analyse Theoretische Natuurkunde	THT FOM	8 8												
Aangevraagde onderzoeker FOM Aangevraagde onderzoeker SMC Dr. P.H.M. Kersten Dr. J. van Reisen	Doct. Wisk. en Doct. Nat. Doct. Wisk. en Doct. Nat. Analyse Theoretische Natuurkunde	FOM SMC THT ---	40 40 4 4												
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 maart 1986													
7. Publikaties	Dissertatie en tevens artikelen in internationaal erkende wetenschappelijke tijdschriften														
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P150-P-140-P210 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification: 58-46-81 E      LSV Math.Fys.														

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Witten has indicated that there exists an intriguing connection between supersymmetric quantum models and index theorems of differential geometry. Moreover results from classical Morse theory can be obtained and interpreted quantum mechanically in this way. In particular Alvarez-Gaumé has related supersymmetry to the Atiyah-Singer index.

In the ordinary case (bosons, commuting variables) the index can be described in terms of a path integral.

Here the method of stationary phase applied to path integrals plays an essential part.

There are indications in the literature that something similar is possible in the supersymmetric (fermionic) case.

In the field of (fermionic) path integrals there exist already some heuristic work. The usual mathematical approaches such as for instance that of Ostenwalder and Schrader are not very transparent and consequently of little use in further investigations.

The first aim of this research is to obtain a more precise mathematical foundation of fermionic path integrals. Berezin's wellknown integration formulas are here involved. Then, with this as a basis, one can give a more satisfactory realization of the index of differential operators defined on real manifolds in terms of path integrals.

The second aim is to extend the results obtained in this manner to Kähler manifolds. Witten suggests that this can be done. There exists however, to our knowledge, no (rigorous) treatment of this in the literature.

Finally one can study generalizations to the recently introduced category of hyperkähler manifolds and to investigate the meaning of the Maslov index in the context of the results.

References:

E. Witten, Supersymmetry and Morse theory.  
J. Diff. Geom. 17, 661-692 (1982).

L. Alvarez-Gaumé, Supersymmetry and the Atiyah-Singer index theorem.  
Commun. Math. Phys. 90, 161-173 (1983).

vervolg 9.

P.J.M. Bongaarts, Feynman's path integral. The anharmonic oscillator as a simplified model for perturbative quantum field theory.  
CWI Syllabus no. 3, ed. E.M. de Jager and H.G.J. Pijls.

For general information about aspects of supersymmetry see the articles in:

Mathematical Aspects of Superspace, Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on Mathematical Aspects of Superspace, ed. H.J. Seifert, C.J.S. Clarke and A. Rosenblum, Reidel (1984).

10.

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

January 1, 1986 - July 1, 1986. Study of all relevant papers on fermionic path integrals.

July 1, 1986 - December 31, 1986. Research with the aim to obtain a mathematical foundation, as rigorous as possible, of these path integrals. Beginning of the study of the results in the context of index theorems.

January 1, 1987 - December 1, 1987. Investigation of representation of indices in terms of path integrals. Start of the study of complex-analytic cases.

January 1, 1988 - Elaboration of the results obtained in 1987 and investigation of further generalizations. Completion in the form of a Ph.D.-thesis and preparation of a few papers in journals of international standard.

11.

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

In the period, March 1, 1986 until December 31, 1986, the supported research worker is supposed to get himself thoroughly acquainted with the research described here and to start investigating fermionic path integrals.

In the first half of 1987 these investigations about path integrals have to be continued and completed such that the results can be presented in the form of a report or preprint.

In the second half of 1987 a general introduction to the area of complex analysis has to take place.

From 1988 on the research in the field of indices with respect to complex manifolds has to be continued and at the same time to be related to the Maslov index.

In 1989 the research has to be completed and presented in the form of a Ph.D.-thesis.

The first and second applicant for this support will be the first and second thesis adviser respectively.

12.  
**Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

13.  
**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-78-02

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	10	-	- p.m.
	raming	1987	12	-	- p.m.
	raming	1988	12	-	- p.m.
	raming	1989	12	-	- p.m.
	raming	1990	2	-	- p.m.
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
		De naam van de aan te stellen onderzoeker is nog niet bekend. Er zijn enkele serieuze en zeer geschikte kandidaten die binnenkort zowel doctoraal wiskunde als doctoraal natuurkunde doen. Voor het verrichten van het onderzoek zoals beschreven in deze aanvraag is dit een groot voordeel.			
	<b>b. Apparatuur</b> ---				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b> ---				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b> <u>Reiskosten binnenland</u> In verband met regelmatige bezoeken van de aangevraagde onderzoeker vanuit Twente aan Leiden of omgekeerd is een totaal bedrag van f. 2000,-- aangevraagd. <u>Reiskosten buitenland</u> In verband met congresbezoek van de aangevraagde onderzoeker is een bedrag van f. 2000,-- aangevraagd.				
Ondertekening	Aanvrager(s):	<i>R. Maat</i>		Datum:	<i>21 april 1985</i>
		<i>P.J.M. Bongaarts</i>			

vervolg 14.

Algemene Opmerkingen:

De onderhavige aanvraag is een onderdeel van een gezamenlijk onderzoekplan van beide aanvragers. Een paralelle aanvraag voor steun aan een promotieonderzoek m.b.t. andere aspecten van het probleemgebied is per 1 februari ingediend bij de FOM.

De aanvragers beschouwen dit project als te behoren tot het gebied bestreken door het in oprichting zijnde Samenwerkingsverband Wiskunde en Theoretische Natuurkunde.

Het is voortgekomen uit een interuniversitair seminarium "Mathematische structuren in de veldentheorie" dat sinds enige jaren regelmatig in Amsterdam plaats vindt en waarvan de proceedings gepubliceerd worden door het CWI.

Mathematische Fysica

Normale programma

Nieuwe aanvraag  
10-78-03

1. Titel:

"Kwantum-waarschijnlijkheidstheorie"

2. Aanvragers:

Prof.dr. C.L. Scheffer  
TH Delft, Onderafdeling der Wiskunde en Informatica  
Julianalaan 132  
2628 BL Delft  
tel. 015-782546

Prof.dr. N.M. Hugenholtz  
Instituut voor theoretische natuurkunde  
Rijksuniversiteit Groningen  
Postbus 800  
Groningen  
tel. 050-116856

4. Junioronderzoekers bij eerste aanvrager: 1  
Junioronderzoekers bij tweede aanvrager: 1

5. Het project is gestart in september 1984 en is gepland voor de duur van 5 jaar.

6. Begroting:

6.1. Personeel:

- Vanaf het begin van het project: 1 senior-medewerker (post-doc)

- vanaf 1985: 1 junior-medewerker (promovendus).

6.2. Instrumenteel krediet: geen.

6.3. Materieel krediet: Bezoeken aan seminaria en conferenties door junior-medewerker.

6.4. Kosten buitenlandse reizen door junior-medewerker: eenmaal per jaar een congresbezoek.

6.6. Steun van andere instanties:

De senior-medewerker en diens reiskosten komen voor rekening van het C. en C. Huygens-programma van ZWO, in het kader waarvan hij een stipendium ontvangt.

7. Korte samenvatting van het project.

Het doel van het project "kwantum-waarschijnlijkheidstheorie" is, een bijdrage te leveren aan de totstandkoming van een wiskundig goed gefundeerde theorie van niet-kommutatieve stochastische processen. Essentieel voor zodanig onderzoek is samenwerking tussen mathematisch georiënteerde probabilisten en theoretische fysici. Bij de opbouw van de theorie zal steeds worden teruggegrepen naar konkrete fysische voorbeelden die verduidelijking behoeven. Het voorgenomen onderzoek laat zich globaal in twee stukken verdelen: enerzijds de studie van Markov-processen in de kwantummechanika, zoals die ontstaan na het doorvoeren van zogenaamde zwakke-koppelings-limieten, en anderzijds de studie van meer realistische kwantum-mechanische processen, zoals bijvoorbeeld de laatste jaren in de fysika van lage temperaturen in de aandacht staan.

Het is de bedoeling dat de te benoemen junior-medewerker zich met de eerstgenoemde tak zal bezighouden. Zijn onderzoek zou kunnen inhouden: het uitwerken en toepassen van een rekenwijze voor stochastische differentiaalvergelijkingen in de kwantummechanika.

8. Sinds september 1984 is werkzaam aan het project: dr. J.D.M. Maassen. Een promotie-medewerker zal in de loop van 1985 worden aangeworven.
9. Het gebied van het project wordt aangeduid met de naam "kwantum-waarschijnlijkheidstheorie" ("quantum probability theory") en kan als volgt worden omschreven: de wiskundig rigoreuze studie van de dynamica van kwantummechanische systemen, in het bijzonder van die systemen die kenmerken vertonen van stochastische processen.

De behoeftte aan een kwantum-waarschijnlijkheidstheorie is voelbaar in de atoom- en molekuulfysika, de kwantum-optika, de laser-fysika en de natuurkunde van lage temperaturen. [Aga], [Kls], [SSL], [Cha].

Van verschillende kanten komen ontwikkelingen in de richting van zo'n algemene theorie. We noemer er enkele.

(i) Kwantum-stochastische processen.

Accardi, Frigerio en Lewis [AFL] hebben in een gezamenlijk artikel de grondslagen neergelegd van een theorie van niet-kommutatieve stochastische processen; het genoemde artikel bevat een niet-kommutatieve versie van de rekonstruktiestelling van Kolmogorov. Een motiverend voorbeeld voor hun theorie was het model van Ford, Kac en Mazur waaraan het ontstaan van wrijving in een kwantumsysteem wordt geillustreerd. De ergodiciteit van dit model voor zekere niet-harmonische potentialen is door Maassen bewezen [3], [4], [FKM].

(ii) Kwantum-Markovprocessen.

In 1976 heeft Lindblad [Lin] een karakterisering gegeven van de generatoren van irreversibele evoluties op kwantumsystemen. Het is bekend [Dav 2], [Spo] dat zo'n irreversibele evolutie in de zwakke of singuliere koppelingslimiet tevoorschijn kan komen wanneer een fysisch systeem in een groot warmtebad wordt geplaatst. In deze limiet verliest men doorgaans echter het warmtebad uit het oog. De vraag, welke (limiet-) warmtebaden voor een gegeven irreversibele evolutie mogelijk zijn, is het onderwerp van het "dilatatieprogramma", geformuleerd door E.B. Davies, J.T. Lewis, D. Evans en anderen [Dav 1], [EvL]. Deze omkering van het probleem heeft zekere theoretische voordelen: in plaats van te verdwalen in de veelheid van mogelijke modellen van het systeem-warmtebad-type, zoekt men nu gericht naar de slechts enkele "dilataties" van een gegeven irreversibele evolutie [KüS].

Een nuttig instrument bij het zoeken naar dilataties blijken de, onafhankelijk hiervan ontwikkelde, kwantum-stochastische differentiaalvergelijkingen van Hudson en Parthasarathy [HuP] te zijn. Voor het oplossen hiervan heeft Maassen [6], [7] dit jaar een rekenwijze voor operatoren op de Fock-ruimte beschreven.

In het kader van de bovengenoemde ontwikkelingen hopen de aanvragers de volgende problemen te onderzoeken:

- (i) Het uitwerken van de bovengenoemde rekenwijze voor het oplossen van kwantum-stochastische differentiaalvergelijkingen. Belangrijke vragen hierbij zijn, welke soorten van kwantumruis theoretisch mogelijk zijn, en of deze samenhangen met een nog te formuleren centrale limietstelling.

- (ii) De konstruktie van een aantal wiskundige modellen, ontleend aan de atoom- en molekuulfysika, gebaseerd op het onder 1 genoemde. Na het n-niveau-atoom in het stralingsveld dat nu wordt beschouwd, kan bijvoorbeeld het Schrödinger-deeltje in het stralingsveld of een lasermodel worden behandeld.
- (iii) De studie van de ergodische eigenschappen van niet-Markov-processen die storingen zijn van goed bekende processen. Dit is vooral van belang voor sterk gedempete (en daardoor uitgesproken niet-Markov) systemen zoals de SQUID-ring [cha], [db0].
- 9.1. Het Wiskundige aspect van het project past uitstekend in het onderzoekprogramma van de groep waarschijnlijkheidsrekening, onderafdeling der Wiskunde en Informatica TH Delft waar expertise op het gebied van stochastische processen, ergodentheorie, dynamische systemen aanwezig is; terwijl deze groep al geruime tijd intensief met fysici samenwerkt. Het fysisch aspect van het project sluit nauw aan bij het onderzoekerterrein van de tweede aanvrager, terwijl ook in Groningen actieve samenwerking tussen wiskundigen en fysici tot de goede gebruiken hoort. Met name kan hier nog gewezen worden op de mogelijke inbreng van expertise t.a.v. sommige wiskundige aspecten, door prof.dr. E. Thomas.
- Gezien het gemengde, interdisciplinaire karakter van de aanvraag ligt het niet voor de hand dat financiering van een dergelijk project uit andere middelen verkregen kan worden. Met name is het zo dat financiering via de ZWO-stichting SMC zou stuiten op de vrij rigoureuze gebiedsafbakening van de verschillende SMC-werkgroepen; financiering door de TH Delft stuit op de huidige bezuinigingstendens.
- 9.2. Het project is in hoge mate relevant voor het wiskundig onderzoek in stochastische processen en dynamische systemen en zal zeker actieve belangstelling ontmoeten van onderzoekers op deze gebieden in de diverse Nederlandse en buitenlandse instituten.
- De relevantie van het project voor fysisch onderzoek is evident en wordt nader geadviseerd aan de hand van de uiteenlopende actieve samenwerkingen van o.a. de voorgestelde kandidaat met onderzoekers in binnen- en buitenland.
- 9.4. In 1984 is een begin gemaakt met een uiteenzetting van het dilatatieprobleem voor een gemengd wiskundig-natuurkundig publiek in de vorm van een reeks colloquia aan de TH Delft.
10. Referenties. De items voorzien van \* dragen een fundamenteel of overzichtskarakter.
- \* AFL : Accardi, L., Frigerio, A., Lewis, J.T.: Quantum stochastic processes, Pub. R.I.M.S. Kyoto Univ. 18(1982)97-133.
- \* Aga : Progress in Optics vol,XI. North Holland 1973.
- Cha : Chakravarty, S.: Quantum Fluctuations in the Tunneling between Superconductors. Phys.Rev.Lett. 49(1982)681-684
- \* Dav 1 : E.B. Davies: Quantum Theory of Open Systems, Academic Press (1976).
- Dav 2 : E.B. Davies: Comm.Math.Phys. 39(1974)91
- db0 : de Bruyn Ouboter, Physica 126B(1984)423
- EvL : Evans, D.E., Lewis, J.T.: Dilations of dynamical semigroups. Comm.Math. Phys. 50(1976)219-227
- HuP : Hudson, R.L., Parthasarathy, K.R.: Quantum Itô's formula and Stochastic Evolutions. Comm.Math.Phys. 93(1984)301-323
- \* KLS : Klauder, J.R., Sudarshan, E.C.G.: Fundamentals of quantum optics. Benjamin, U.S.A. (1968).
- \* FKM : Ford, G.W., Kac, M., Mazur, P.: Statistical Mechanics of Assemblies of Coupled Oscillators, Journ.Math.Phys. 6(1965)504-515.

- KÜS : Kümmerer, B., Schröder, W.: A Markov dilation of a non-quasifree Bloch evolution. Comm.Math.Phys.90(1983)251-262.  
Lin : Lindblad G.: On the generators of quantum dynamical semigroups. Comm.Math.Phys.48(1976)119.  
\* Spo : Spohn, H.: Rev.Mod.Phys.53(1980)569.  
\* SSL : Sargent, M., Scully M.O., Lamb W.E.Jr.: Laser Physics, Addison-Wesley (1974).

11. Publikaties eigen groep.

1. Recente publicaties van de groep waarschijnlijkheidsrekening TH Delft. (een selectie):  
Dekking, F.M.: On transience and recurrence of generalized random walks. Zeitschr. Wahrscheinlichkeitstheorie 61(1982), 459-465.  
Hooghiemstra, G.: On the explicit form of the density of Brownian excursion local time. Proc.Am.Math.Soc.84,127-130, (1982).  
Keane, M.S., Smorodinsky, M.: Bernoulli schemes of the same entropy are finitarily isomorphic. Ann. of Math. 109(1979),397-406.  
Scheffer,C.L., Generalized stochastic processes, Nw Archief voor Wiskunde (3), XXV (1977), 224-256.
2. N.M. Hugenholtz: Derivation of the Boltzmann equation for a Fermi gas , Journ.Stat.Phys. 32(1983)231.
3. Publikaties senior-medewerker:
  - [1] : On the invertibility of Möller morphisms: Journ.Math.Phys. 23(1982)1848-1851
  - [2] : A quantum field acting as a heat bath: Phys.Lett.91A(1982)107-111.
  - [3] : On a class of quantum Langevin equations and the question of approach to equilibrium: proefschrift, Groningen 1982.
  - [4] : Return to thermal equilibrium by the solution of a quantum Langevin equation; Journ.Stat.Phys.34(1984)239-261.
  - [5] : In samenwerking met J.T. Lewis: Hamiltonian models of classical and quantum stochastic processes; in: Quantum Probability and Applications to the Quantum Theory of Irreversible Processes, Springer Lecture Notes in Mathematics 1055 (1984) 245-276.
  - [6] : The construction of continuous dilations by solving quantum stochastic differential equations. Semesterbericht Funktional-analysis Tübingen, Sommersemester 1984, 183-204.
  - [7] : Quantum Markov processes on Fock space described by integral kernels. Zal verschijnen in de proceedings van de workshop in Heidelberg, getiteld "Quantum Probability and Applications", Springer Lecture Notes in Mathematics.

LSV i.o. Mathematische Fysica

Nieuwe aanvraag

10-78-04

1. Titel van het project.

Anticommuterende variabelen. Wiskundige theorie en fysische toepassingen.

2. Naam en instituutsadres van de aanvragers.

Dr.P.J.M.Bongaarts

Instituut Lorentz voor Theoretische Natuurkunde  
Nieuwsteeg 18  
2311 SB Leiden  
( telefoon 071-148333, toestel 2725 )

Prof.dr.ir.R.Martini

Onderafdeling der Toegepaste Wiskunde  
Technische Hogeschool Twente  
Postbus 217  
7500 AE Enschede - Drienerlo  
( telefoon 053-894676 )

3. -

4. Aantal junioronderzoekers reeds onder leiding van aanvragers werkzaam.

1 assistent onderzoeker (promovendus) in Twente, vanaf 1 - 8 - 1984

5. Geschatte duur van het project.

Het voorgenomen promotie-onderzoek zal kunnen beginnen in de tweede helft van dit jaar. De totale duur ervan wordt geschat op 4 jaar.

6. Begroting.

6.1. Personeelsplaatsen.

1 WM/G plaats (Leiden )

6.2. -

- 2 -

6.3. Materieel krediet.

In verband met regelmatige bezoeken aan Twente vanuit Leiden:  
f 2.000.-

6.4. Kosten buitenlandse reizen en congresbezoek.

f 2.000.-

6.5. -

6.5. -

7. Korte samenvatting.

Het eerste doel van het door de aanvragers geentameerde onderzoek op het gebied van theorie en toepassing van anticommuterende variabelen is het ontwikkelen van een voldoende algemeen en mathematisch helder formalisme, of in ieder geval het opvullen van de grote leemten die er in dit opzicht in de litteratuur bestaan. Van groot belang is daarbij de analyse van eenvoudige expliciete modellen.

Daarna, met dit als basis, is het mogelijk een aantal interessante specifieke probleemgebieden te onderzoeken. Genoemd kunnen worden:

1. Integratietheorie voor anticommuterende variabelen.
2. Integreerbaarheid van ( Hamiltonse ) supersystemen.
3. Lie supergroepen.
4. Quantumtheorie en indexstellingen.

De aanvragers stellen zich voor dat de binnen dit project in Leiden aan te stellen onderzoeker zich behalve met het algemene formalisme zal bezighouden met 1. en 4.

8. Naam van de onderzoeker.

Er zijn enkele geschikte candidaten die binnenkort zowel doctoraal natuurkunde als doctoraal wiskunde zullen doen.

## 9. Beschrijving van het project.

### Inleidende opmerkingen.

Met de term "anticommuterende variabelen" wordt een complex van heuristische ideeën aangeduid waarmee een in formele zin geunificeerde beschrijving van boson en fermion systemen kan worden gegeven. De essentie daarvan is dat in de fermiontheorie gewone getalvariabelen vervangen worden door niet nader gespecificeerde anticommuterende objecten, z.g. "anticommuterende c-getallen" of "Grassmannvariabelen". Dit geeft verrassende mogelijkheden om redeneringen en begrippen die geldig zijn voor bosonen ook te gebruiken voor fermionen en dus tot een uniforme beschrijving te komen. Bovendien kan er een nieuw soort symmetrie, de z.g. supersymmetrie, mee worden geformuleerd.

De belangrijkste fysische toepassingen liggen tot dusverre op het gebied van de elementaire-deeltjesfysica, in het bijzonder de quantum veldentheorie. Anticommuterende variabelen spelen een essentiële rol in functionaal-methoden ( pad-integrallen voor fermionvelden ), in supersymmetrie en supergravitatie. Daarnaast zijn er minder op de voorgrond tredende maar toch intrigerende toepassingen zoals supersymmetrische quantummechanica en super-Hamiltonsystemen.

Het begrip anticommuterende variabelen en vooral de manier waarop het in de natuurkunde wordt gebruikt is iets dat wiskundig nog zeer onduidelijk is. Onderzoek dat zich hier op richt is van belang voor de toepassingen in de natuurkunde maar is ook wiskundig gezien zeer interessant. Daar het werken met Grassmannvariabelen niet gerekend kan worden tot de traditionele wiskundige methoden, kan verwacht worden dat onderzoek op dit gebied in de wiskunde een bron van nieuwe ideeën zal vormen. Men kan daarbij denken aan het bekende voorbeeld van distributies: In de fysica gebruikte heuristische begrippen als de  $\delta$ -functie van Dirac hebben door het werk van wiskundigen als Schwartz geleid tot een nieuw gebied van wiskunde, de distributietheorie, dat weer van grote betekenis is voor andere gebieden in de wiskunde, zoals de theorie van partiële differentiaalvergelijkingen.

Er is een uitgebreide en nog steeds groeiende fysische litteratuur waarin Grassmannvariabelen op heuristische manier worden gebruikt. De litteratuur waarin op een serieuze manier wordt ingegaan op de hiermee verbonden mathematische problemen is nog van betrekkelijk kleine omvang en staat bovendien nog veraf van de feitelijke toepassingen. Eén van de doeleinden van het hier beschreven onderzoek is een bijdrage te leveren tot een meer geïntegreerde kennis van het onderwerp.

Nadere opmerkingen over het voorgenomen onderzoek.

Een algemeen mathematisch formalisme van waaruit de verschillende aspecten van het gebruik van anticommuterende variabelen begrepen kunnen worden bestaat nog niet. Zoals al werd opgemerkt is het werken hieraan een belangrijk onderdeel van het onderzoek. Het gaat daarbij om het ontwikkelen van een mathematisch begrippenapparaat dat enerzijds voldoende algemeen is en anderzijds goed bruikbaar is voor de verschillende concrete toepassingsgebieden. Het bestuderen van eenvoudige expliciete modellen is daarvoor nuttig. Allerlei problemen die men ontmoet kunnen in eenvoudigere vorm bestudeerd worden in situaties zoals bijvoorbeeld het model voor supersymmetrische quantummechanica geïntroduceerd door Witten en uitgewerkt door Salomonson en Van Holten.

Het werken met Grassmannvariabelen is in de veldentheorie zo zeer gemeengoed geworden dat het besef van het toch zeer heuristische karakter ervan en de daarmee verbonden problemen enigszins op de achtergrond geraakt is. De voorafgaande opmerkingen verdienen daarom misschien een verdere toelichting:

Het is al lang bekend dat anticommuterende variabelen moeten worden opgevat als oneven elementen van Grassmannalgebras. Dit is een standaardbegrip uit de wiskunde en levert als zodanig weinig problemen op, hoogstens wat betreft de benodigde dimensies ( eindig of oneindig ). In hoge mate wiskundig onduidelijk zijn echter vele aspecten van het gebruik van Grassmannvariabelen en vooral de aard en de samenhang van de verdere mathematische begrippen die hun optreden noodzakelijk oproept. Ter illustratie een klein maar typisch voorbeeld:

In supersymmetrische quantumveldentheorie gebruikt men infinitesimale supersymmetrie transformaties die bijvoorbeeld een gedaante hebben als  $\delta A(x) = \bar{\epsilon} \psi(x)$ . De theorie moet zich zoals iedere quantumtheorie afspelen

in een Hilbertruimte van toestanden  $H$ ;  $A(x)$  en  $\psi(x)$  zijn, na uitsmering met testfuncties, operatoren in  $H$ . Men kan echter nagaan dat voor anticommuterende parameters  $t$  die de gebruikelijke commutatie en anticommutatierelaties met de operatoren hebben geen plaats is in  $H$ . "De ruimte  $H$  is te klein". De uitdrukking  $\delta A(x)$  is dan ook zonder betekenis binnen  $H$ . De bekende zegswijze dat supersymmetrie bosonen en fermionen in elkaar transformeert is strict genomen onjuist. Een infinitesimale en a fortiori een een niet-infinitesimale supersymmetrie transformatie voert de toestanden in de fysische Hilbertruimte over naar elementen van een onfysische grotere ruimte. Supersymmetrie blijkt zich af te spelen in een uitbreiding van de gewone Hilbertruimte, een uitbreiding die zelf geen Hilbertruimte is. Onderzoek hiervan legt verband met de theorie van "graded" modulen.

Een algemeen formalisme voor anticommuterende variabelen waarbinnen rekenschap gegeven kan worden van dit en andersoortige verschijnselen bestaat nog niet en is één van de doelen van het onderzoek. Eenvoudige modellen zoals dat van Witten, Salomonson en Van Holten zijn nuttig, niet alleen vanwege speciale kwesties als supersymmetriebreking die de auteurs er mee willen illustreren, maar vooral ook om de algemene problemen zoals het bovengenoemde in de eenvoudigst mogelijke laag dimensionale vorm mee te kunnen studeren.

Over de bijzondere probleemgebieden die onderzocht kunnen worden en die onder punt 7 werden genoemd kan nog het volgende worden opgemerkt:

Bij 1. Integratietheorie voor anticommuterende variabelen.

Integratietheorie voor anticommuterende variabelen kan vanuit twee verschillende gezichtspunten worden beschouwd:

- a. Functionaalanalyse. In de quantum veldentheorie maakt men vaak gebruik van een transformatie naar Euclidische velden. Voor bosonen leidt dit tot integratie in (oneindig dimensionale) functieruimten. Mathematisch wat preciezer beschouwd gaat het om integratie ten opzichte van maten in ruimten van distributies. Uitgaande van vrije systemen die met Gaussische integralen corresponderen kan men in dit kader voor een beperkte klasse van niet-triviale modellen met interactie niet-perturbatieve resultaten exact bewijzen. Het algemene geval ligt nog buiten de mogelijkheden van de huidige wiskundige technieken. Voor fermionen kan men door het gebruik van anti-

commuterende variabelen althans formeel ook tot een dergelijke aanpak komen. De resulterende "integralen" in ruimten van anticommuterende "functies" zijn geen integralen in de gebruikelijke mathematische betekenis, maar lineaire functionalen op oneindig dimensionale niet-commutatieve algebras. De bekende integratieformules van Berezin geven suggesties voor de algemene gedaante van het formalisme in deze zin. Ze zeggen niets over begrippen als normen die in verband met convergentie eigenschappen gebruikt moeten worden. Zelfs op het niveau van vrije velden waarvoor de resultaten langs andere weg verkregen kunnen worden is de situatie verre van duidelijk. De gebruikelijke wiskundige behandeling zoals bijvoorbeeld die van Osterwalder en Schrader is zeer ondoorzichtig en is daarom nauwelijks bruikbaar voor het verdere onderzoek van niet-triviale wisselwerkende fermion en boson-fermion modellen. Gezien het belang van dit onderwerp, niet alleen voor de quantum veldentheorie, maar ook voor het aangrenzende gebied van de exacte statistische mechanica, zijn pogingen om tot verheldering van deze situatie te komen wenselijk.

b. Differentiaalmeetkunde. Ook in de theoretische natuurkunde wordt differentiaalmeetkunde niet meer gezien als iets dat uitputtend behandeld kan worden in termen van manipulaties met coördinaten en indices. Ontwikkelingen op het gebied van ijktheorieën, de rol van monopolen en instantonen hebben tot het besef geleid dat voor allerlei globale topologische kwesties het moderne idee van differentieerbare variëteit ("manifold") met daarop allerlei meetkundige structuren als bundels en connecties niet meer gemist kan worden. Om dezelfde reden kan men bij de voor supersymmetrie en supergravitatie ingevoerde differentiaalmeetkunde niet volstaan met het aangeven van rekenregels voor de nieuwe anticommuterende coördinaten, maar moet de vraag naar de onderliggende coördinaatafhankelijke meetkundige objecten gesteld worden. Er zijn tot dusver verschillende antwoorden hierop gegeven: "Graded manifolds" volgens Kostant en Batchelor, "supermanifolds" van Rogers en van Jadczyk en Pilch, en varianten daarop, elk met zijn specifieke voordelen en bezwaren. De ontwikkeling van verdere meetkundige structuren in dit kader is dan ook nog verre van voltooid. Dit geldt in het bijzonder voor de integratietheorie van differentiaalvormen. Dit is een belangrijk aspect van de gewone differentiaalmeetkunde o.a. voor het werken met cohomologie. Het is ook van groot belang de beschikking te hebben over een analogon van de stelling van Stokes, die de integraal van een vorm over een gebied in

verband brengt met een integraal van een vorm over de rand. Bij topologische beschouwingen in niet-abelse ijktheorien is de formulering van actie en energiefunctie als integralen van differentiaalvormen de meest geëigende. Hoewel enig werk hierover is gedaan, is dit terrein nog zo goed als open. Daar er verschillende definities mogelijk zijn van "super" en "graded manifold" is het niet verwonderlijk dat het nog onduidelijk is welke realisaties van de heuristische Berezin formules gekozen moeten worden om tot een goed gedefineerd begrip "super/graded" differentiaalvorm te komen, dat geschikt is voor de hierboven geschatste ontwikkelingen.

#### Bij 2. Integreerbaarheid van (Hamiltonse) supersystemen.

Een voor de hand liggende vraag in deze context is wat nu eigenlijk een oplossing is van een supersysteem zoals bijvoorbeeld de super KdV-vergelijking, die onlangs door Kupershmidt is geïntroduceerd. Het naïve antwoord dat zegt dat men maar voor de afhankelijke fermionvariabele een Grassmann-achtige grootheid moet substitueren is in hoge mate niet-kanoniek. Een meer intrinsieke aanpak is gewenst. Het ook nog niet goed gefundeerde Lagrange-formalisme en in het bijzonder het theorema van Noether kunnen in dit verband een rol spelen.

#### Bij 3. Lie supergroepen.

In de quantum veldentheorie formuleert men symmetriepincipes meestal in infinitesimale vorm. Voor supersymmetrie betekent dat het gebruik van "graded" of super Lie algebras. Het is van belang, o.a. voor het vezelbundelformalisme om expliciet met de bijbehorende formele groepen te kunnen werken. Deze verkrijgt men heuristisch door de tot de super Lie algebra behorende infinitesimale generatoren te exponentiëren met anticommuterende parameters. De theorie van super Lie groepen, zoals die door Rogers is opgezet is onbevredigend, o.a. door de hoge graad van oplosbaarheid en nilpotentie. Er zijn aanwijzingen dat door dieper in te gaan op de wortelstructuren een half-enkelvoudige ("semi-simpele") theorie kan worden verkregen.

#### Bij 4. Quantumtheorie en indexstellingen.

In het werk van Witten is een interessant verband gelegd tussen modellen van

supersymmetrische quantumtheorie en indexstellingen uit de differentiaalmeetkunde. Meer in het bijzonder is door Alvarez-Gaumé supersymmetrie in verband gebracht met de Atiyah-Singer index.

In het gewone geval speelt een index van dit soort een rol bij de methode van de stationnaire fase toegepast op padintegralen en kan uitgedrukt worden in oplossingen van de warmtevergelijking op een compacte variëteit in termen van  $\theta$ -functies.

Er zijn in de litteratuur aanwijzingen dat iets dergelijks ook in de supersymmetrische context mogelijk is. Op het gebied van padintegralen is in deze richting al enig heuristisch werk verricht. In aansluiting met wat eerder werd opgemerkt kan ook hier worden betoogd dat het de moeite waard is om te proberen mathematisch exacte resultaten te verkrijgen. Aan de rol die  $\theta$ -functies kunnen spelen in supersymmetrische theorieën is in de litteratuur nog geen aandacht besteed en kan daarom in het onderzoek aan de orde komen.

In zijn discussie van indices maakt Witten gebruik van de Laplacian gevormd met behulp van het De Rham complex op reële variëteiten. Hij suggerert dat hetzelfde gedaan kan worden met het Dolbeault complex op een complexe variëteit. Het is interessant dit te onderzoeken.

#### Enkele verdere algemene opmerkingen.

De belangrijkste toepassingsgebieden van Grassmannvariabelen, supersymmetrie en supergravitatie, zijn als fysische theorieën nog zeer speculatief. Van experimentele toetsing is op dit moment nog geen sprake. De grote aantrekkracht die er niettemin van uitgaat berust voor een aanzienlijk deel op nieuwe mogelijkheden tot elegante en geunificeerde modellen, dus in laatste instantie op interessante wiskundige structuren. Het is daarom zinvol te proberen tot een zo helder mogelijk inzicht in deze structuren te komen en ze bovendien in te passen in de begrippenwereld van de moderne wiskunde waar ze naar hun aard thuis horen. Deze gedachtengang zal een leid draad bij het onderzoek zijn.

Er is in Nederland, in het bijzonder in Utrecht en Groningen, een grote expertise aanwezig op het gebied van supersymmetrie en supergravitatie. Daarnaast en apart daarvan is er in verschillende plaatsen ruime kennis vorhanden van die gebieden van wiskunde die voor het bestuderen van

- 9 -

anticommuterende variabelen relevant zijn. In Twente is er met name P.H.M. Kersten wiens werk over symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen van belang is voor verschillende aspecten van het voorgenomen onderzoek. Algemeen kan men zeggen dat dit onderzoek dat gericht is op integratie van fysische en mathematische aspecten en dat op dit terrein nieuw is voor Nederland kan profiteren van veel al verspreid aanwezige kennis.

Het onderhavige project is een onderdeel van een gezamenlijk onderzoeksplan van beide aanvragers. Een paralelle aanvraag voor steun aan een promotie-onderzoek aan de TH Twente zal per 1 mei 1985 worden ingediend bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde S.M.C.

De aanvragers beschouwen dit project als te behoren tot het gebied bestreken door het in oprichting zijnde Samenwerkings verband Wiskunde en Theoretische Natuurkunde. Het is voortgekomen uit het interuniversitair seminarium "Mathematische structuren in de veldentheorie" dat sinds enige jaren regelmatig in Amsterdam plaats vindt en waarvan de proceedings gepubliceerd worden door het Centrum voor Wiskunde en Informatica.

#### 10. Referenties.

##### Fysische achtergronden:

P.Fayet, S.Ferrara  
Supersymmetry  
Physics Reports 32C, 249 - 334 (1977)

A.Salam, J.Strathdee  
Supersymmetry and superfields  
Fortschritte der Physik 26, 57 - 142 (1978)

P.van Nieuwenhuizen  
Supergravity  
Physics Reports 68C, 189 -394 (1981)

Mathematische theorie:

B.Kostant

Graded manifolds, graded Lie theory and prequantization  
in "Differential geometric methods in mathematical physics"  
Springer Lecture Note in Mathematics 570 (1977)

Artikelen van M.Batchelor en A.Rogers in "Mathematical aspects of superspace"  
H.-J.Seifert, C.J.S.Clarke, A.Rosenblum, editors  
Reidel, Dordrecht (1984)

F.A.Berezin, G.I.Kac

Lie groups with commuting and anticommuting parameters  
Math.U.S.S.R. Sbornik 11, 311 - 325 (1970)

C.P.Boyer, S.Gitler

The theory of  $G^\infty$ -supermanifolds  
Trans.Amer.Math.Soc. 285, 241 -267 (1984)

Eenvoudige modellen:

E.Witten

Dynamical breaking of supersymmetry  
Nucl.Phys.B 188, 513 - 555 (1981)

P.Salomonson, J.W.van Holten

Fermionic coordinates and supersymmetry in quantum mechanics  
Nucl.Phys.B 196, 509 - 531 (1982)

Supersystemen:

B.A.Kupershmidt

A super Korteweg-de Vries equation  
Phys.Letters 102 A, 213 -215 (1984)

- 11 -

Indexstellingen:

P.B.Gilkey  
The index theorem and the heat equation  
Publish or Perish, Boston 1974

E.Witten  
Supersymmetry and Morse theory  
J.Differential Geometry 17, 661 - 692 (1982)

L.Alvarez-Gaumé  
Supersymmetry and the Atiyah-Singer index theorem  
Commun.Math.Phys. 90, 161 - 173 (1983)

S.Albeverio, Ph.Blanchard, R.Hoegh-Krohn  
Feynman path integrals, the Poisson formula and the  $\theta$ -function for the  
Schrödinger operator  
in "Trends in applications of pure mathematics and mechanics", vol.III  
Pitman 1981

11. Publicaties

P.J.M.Bongaarts  
Maxwell's equations in axiomatic quantum field theory.I. Field tensor and  
potential  
J.Math.Phys. 18, 1510 - 1516 (1977)  
II. Covariant and non-covariant gauges  
J.Math.Phys. 23, 1881 - 1898 (1982)

P.J.M.Bongaarts  
The quantized Maxwell field and its gauges  
in "Differential geometric methods in mathematical physics"  
H.-D.Doebner, S.I.Andersson, H.R.Petry, editors  
Springer Lecture Note in Mathematics 905 (1982)

- 12 -

P.J.M.Bongaarts  
Particles, fields and quantum theory  
in " Geometric techniques in gauge theories"  
R.Martini, E.M.de Jager, editors  
Lecture Note in Mathematics 926 (1982)

P.J.M.Bongaarts  
Mathematical aspects of field quantization  
Acta Phys. Polon. B14, 347 - 358 (1983)

P.J.M.Bongaarts  
Anticommuting c-numbers in quantum theory. An introduction in the  
mathematical aspects.  
Pre-print Instituut Lorentz, Leiden 1983

P.J.M.Bongaarts  
Feynman's path integral. The anharmonic oscillator as a simplified model  
for perturbative quantum field theory  
Wordt gepubliceerd door het Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam

P.J.M.Bongaarts  
The mathematical structure of free quantum fields. Gaussian systems.  
Wordt gepubliceerd door het Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam

P.K.H.Gragert, P.H.M.Kersten, R.Martini  
Symbolic computations in applied differential geometry  
Acta Applicanda Mathematicae 1, 43 -77 (1983)

R.Martini, P.H.M.Kersten  
Contact symmetries of general linear second order ordinary differential  
equations  
Journal of Physics A 16, 455 - 460 (1983)

P.H.M.Kersten  
Infinitesimal symmetries and conserved currents for nonlinear Dirac equations  
J.Math.Phys. 24, 2374 -2377 (1983)

- 13 -

P.H.M.Kersten

The calculation of infinitesimal symmetries, using Reduce.

Memorandum no. 355, Department of Applied Mathematics. Twente University of Technology (1983)

P.H.M.Kersten, R.Martini

The harmonic map and Killing fields for self dual SU(3) Yang-Mills equations.  
Journal of Physics A 17, 227 - 230 (1984)

P.K.H.Gragert, R.Martini

The explicit structure of the prolongation algebra of the Hirota-Satsuma system.

Phys.Letters 101 A, 469 - 472 (1984)

H.N.van Eck, P.K.H.Gragert, R.Martini

The explicit structure of the nonlinear Schrödinger prolongation algebra.  
Proc.Kon.Ned.Acad. 86, 165 - 172 (1983)

R.Martini

Prolongation structure and Lax representation of the Boomeran equation.

Proc.Kon.Ned.Acad. 86, 221 - 227 (1983)

P.H.M.Kersten

Lie Bäcklund symmetries for the massive Thiring model and Burgers' equation.  
Memorandum no. 469, Department of Applied Mathematics. Twente University of Technology (1984)

P.H.M.Kersten, R.Martini

Nonlocal Lie-Bäcklund transformations of the massive Thirring model.

Wordt gepubliceerd in Journal of Physics A

R.Martini, W.Wesselius

Quasi-periodic solutions of the Boomeran equation.

Wordt gepubliceerd in Journal of Physics A

R.Martini

Twistor theory and Yang-Mills fields

Proceedings Seminar "Mathematical structures in field theory"

CWI Syllabus 2 (1984)

---



**Projectvoorstel Mathematische Fysica**

(1) : Projectcode: H.Th.U.

(2) : Title: "Vertex operators and string theories".

(3) : Applicants:

Prof.Dr. M. Hazewinkel, Mathematisch Instituut RUU, Budapestlaan  
6, 3584 CD, Utrecht;

Prof.Dr. B. de Wit, Instituut voor Theoretische Fysica RUU,  
Princetonplein 5, 3508 TA, Utrecht.

(4) : Institute:

Instituut voor Theoretische Fysica RUU, Princetonplein 5, 3508 TA,  
Utrecht, telephone number (030)-532284.

(5) : Abstract:

We intend to analyze both the physical and mathematical properties of vertex operators in string models. This will lead us into the representation theory of Kac-Moody algebras. The construction of vertex operators, in terms of differential operators, in relation with the symmetries of the string, will play a central role. Their relevance for the Riemann-Hilbert problem and their relation with integrable systems might reveal the structure and origin of both broken and unbroken symmetries in string theories.

(6) : Duration of the project: 4 years, starting in the fall of 1985.

(7) : Personnel:

The research will be done by T.J.H. Smit (promovendus), under the supervision of the applicants.

8.1): Personnel positions: one position for a Ph.D. student for 4 years.

8.4): Material budget:

- 2 -

An annual sum of Dfl. 3000,- for travel abroad and conference visits.

(10): Research program:

According to string theories the fundamental objects in nature are string-like rather than point-like. Originally these theories were constructed to describe the scattering of hadrons (strongly interacting elementary particles). Later it was realized that string theories are theories of gravity, so that their characteristic interaction strength is too small to be directly relevant for the strong interactions.

String theories can exist in 26 (purely bosonic strings) and in 10 space-time dimensions. In 10 dimensions one speaks of "superstrings", as they contain both bosonic and fermionic degrees of freedom, which are related by supersymmetry transformations. Superstring theories may lead to mathematically consistent theories of quantum gravity. At low energies they reduce to 10-dimensional supergravity theories, possibly coupled to Yang-Mills gauge theories. Recently it was discovered that theories based on  $SO(32)$  and  $E_8 \times E_8$  gauge groups are anomaly free. In particular the  $E_8 \times E_8$  theory is promising from the point of view of elementary particle phenomenology (there are also mathematical reasons why the appearance of  $E_8$  is intriguing).

The vertex operator, which emerges in the description of string interactions, turns out to be the generating function of the elements of a Kac-Moody algebra. This property has made it a principal object for mathematical studies. Less than 10 years ago the developments in theoretical physics were incorporated into the representation theory of Kac-Moody algebras, showing that fascinating possibilities could occur with no parallels in ordinary Lie algebra theory. Apart from strings Kac-Moody algebras are relevant for the theory of integrable

- 3 -

field equations and solitons, as well as in the theory of critical phenomena in two-dimensional lattice theories.

A Kac-Moody algebra can be realized in terms of certain differential operators in infinitely many variables, which essentially form the vertex operator. An analysis of this construction, using the fact that this operator is a representation of a Kac-Moody algebra, will be an important element in this research program. The interpretation in terms of the symmetries of the string model will be further examined.

As mentioned above, vertex operator representations are relevant for various integrable systems such as the Korteweg - de Vries and the Sine-Gordon hierarchy. On the other hand there is the so-called Riemann-Hilbert problem, in which a function of the circle into a Lie group is factorized into a function holomorphic in the interior and a function holomorphic in the exterior of the circle. This yields an action of the Lie group on the space of solutions of certain models. A nice example of these models is the nonlinear sigma model which also plays an important role in the study of string theories. Now the Lie algebra of the functions of the circle into a Lie group is (essentially) a Kac-Moody Lie algebra. Obviously, these two aspects have to be related: a vertex operator sits in between. This has to be sorted out precisely.

Furthermore, the fact that these vertex representations appear in string theories may indicate (broken) symmetries, not yet found in these theories. The origin of these symmetries may again lie in the Riemann-Hilbert problem, as it does for the axially symmetric Einstein equations (Geroch groups, Hauser-Ernst relations). It is therefore of interest to determine the symmetry algebra as far as possible and to identify the associated representation.

— 4 —

Aside from these applications of vertex operators, it is important to mention that from a vertex representation the so-called  $\tau$ -function emerges as a matrix representation coefficient, suggesting a possible role for special function theory and harmonic analysis of these infinite dimensional groups. So far this aspect of the theory has been neglected almost entirely in literature. Another interesting point is related to the fact that representations of Kac-Moody algebras give rise to several combinatorial identities, such as the Rogers-Ramanujan identities. It is known that these are important in the hard hexagon model (an integrable system defined on a lattice) for computing density functions on sublattices. An interesting point is to see whether the underlying representations of these identities also have a physical significance in other cases.

#### References:

- D. Olive, "Kac-Moody Algebras: An introduction for physicists", lectures given at the Srni Winter School, 1985, Imperial preprint, TP/84-85/14 (March 1985).
- J.H. Schwarz, "Superstring theory", Phys. Rep. 89 [3] (1982) 223-322.
- P. Candelas, G. Horowitz, A. Strominger, E. Witten, "Vacuum configurations for superstrings", Princeton preprint NSF-ITP-84-170, to appear in Nucl. Phys. B.
- D.J. Gross, A. Harvey, E. Martinec, R. Rohm, "Heterotic string", Phys. Rev. Lett. 54 [6] (1985) 502.
- J. Scherk, "An introduction to the theory of dual models and strings", Rev. of Modern Physics 47 [1] (1975) 123.
- "Vertex Operators in Mathematics and Physics" (ed. J. Lepowsky, S. Mandelstam, I.M. Singer; Springer 1985).
- I.B. Frenkel, "Orbital theory for affine Lie algebras", Ph.D. Thesis, Yale University, 1980 and Invent. Math. (1984).
- I.B. Frenkel, "Spinor representations of affine Lie algebras", Proc. Nat. Acad. Sci. USA 77 (1980) 6303-6306.

- 5 -

- I.B. Frenkel, "Two constructions of affine Lie algebra representations and boson-fermion correspondence in quantum field theory", J. Funct. Analysis 44 (1981) 259-327.
- I.B. Frenkel and V.G. Kac, "Basic representations of affine Lie algebras and dual resonance models", Invent. Math. 62 (1980) 23-66.
- E. Date, M. Jimbo, M. Kashiwara and T. Miwa, "Transformation groups for soliton equations - Euclidean Lie algebras and reduction of the KP hierarchy", Publ. Research Inst. for Math. Sciences, Kyoto University, 18 (1982) 1077-1110.
- E. Date, M. Kashiwara and T. Miwa, "Vertex operators and  $\tau$ -functions - transformation groups for soliton equations II", proc. Japan Acad. Ser. A. Math. Sci., 57 (1981) 387-392.
- E. Bergshoeff, M. de Roo, B. de Wit and P. van Nieuwenhuizen, "Ten-dimensional Maxwell-Einstein supergravity, its currents, and the issue of its auxiliary fields", Nucl. Phys. B195 (1982) 97-136.
- E. Bergshoeff, M. de Roo, B. de Wit, "Conformal supergravity in ten dimensions", Nucl. Phys. B217 (1983) 489-530.

\*\*\*



1. Project code

Math. Phys. Groningen

2. Title of Project

Classical and Quantum Mechanics of Systems of Infinitely Many Degrees of Freedom.

3. Applicants

N.M. Hugenholtz  
M. Winnink

4. Institution

Institute of Theoretical Physics  
University of Groningen  
P.O. Box 800  
9700 AV Groningen

5. Abstract

The aim of the project is to study systems of infinitely many degrees of freedom and thus to acquire insight in the mathematical aspects of Quantum Field Theory and Statistical Mechanics.

6. Duration of the project

The work on this project was started in the mid sixties. It is expected to continue for at least another ten years.

7. Personnel

7.1 - Senior scientists

N.M. Hugenholtz - 40%  
M. Winnink - 30%

7.2 - Junior scientists

Drs. R. Kuik 80%, W.M. employed by R.U.G.  
Drs. A. Schlijper 50%, employed by Shell  
Drs. T. Dorlas 80%, F.O.M. medewerker (M-VI-Groningen)

8. Budget

1. Two WM/G positions
2. f4000 per WM/G for literature and travel

#### 9. Report over the last two years

The work done by the whole group consisted of the following subjects.

##### Approach to equilibrium of infinite systems

In order to study this phenomenon we used the specific model of fermions moving on a 3-dimensional cubic lattice under the influence of a two-body interaction. For this problem the description of the system as a state on a C\*-algebra of observables proved to be the most adequate. It was shown that in the so-called  $\lambda^2 t$ -limit the motion of the system is governed by an equation that may be considered as the quantum analogue of the Boltzmann equation (1). Unfortunately, the "proof" is not mathematically rigorous since the convergence of certain series was assumed.

##### Multiplicity of equilibrium states (see 2)

The description of the phase transition in the two-dimensional Ising model can be given in terms of properties of states on a fermion algebra (see Lewis J.T., Sisson P.N.M., Commun. Math. Phys. 44 (1975) 279).

The multiplicity of the equilibrium states is governed by the value of the Atyah-Singer index of an operator on the one-fermion configuration space (3). This latter fact is closely related to the implementation of Bogoliubov transformations and properties thereof.

The same structure has recently been obtained in the one-dimensional X-Y model at T=0, where the Atyah-Singer index varies as a function of the asymmetry of the model and the external fields.

It turns out that some exactly solvable quantum-field models, e.g. the Federbush Model (see S.M.N. Ruysenaers, Annals of Physics, 132 (1981) and A.L. Carey and S.M.N. Ruysenaers, Australian Nat'l University Research Report 8 (1985)) can also be formulated in terms of fermions and Bogoliubov transformations, where similar techniques as used for the two-dimensional Ising model and the one-dimensional X-Y model at T=0 are available. A dissertation will be finished on these topics in 1986.

##### Renormalization theory in Statistical Mechanics and Field Theory

Although the scaling ideas of Kadanoff and the renormalization method of Wilson have met with considerable success in a number of cases, we do not yet have a good understanding of why it works in some cases and not in other. Therefore, various more or less realistic models of boson fields have been constructed that allow us to make rigorous statements. Although these studies leave many questions unanswered, even worse is the situation with respect to fermion fields. In the Euclidian formulation the fermion fields become Grassmann variables and very little has been published so far. Work on a two-dimensional fermion model is in progress. It will lead to a dissertation in 1986.

##### Approximation of variational principles for classical lattice systems

In recent years we have been matching the so called Cluster Variation Method, used to calculate phasediagrams of alloys, to rigorously known results for thermodynamical systems.

As a first point we investigated the nature of the series expansion for the entropy that is employed in the C.V.M. method. We have been able to show that a particularly chosen sequence of used approximations to the entropy leads to the correct answer for thermodynamical systems. Using these results for the entropy approximations they lead to approximations of the specific free energy for thermodynamical lattice systems. The results have been reported in (4).

As a second item we have investigated the hidden compatibility assumptions that are used in C.V.M. and that play a role in the thermodynamical regime. A conclusion of this research is that for a general classical lattice system there is no algorithm (i.e. computerprogram that takes a finite time) by means of which one can decide which clusters in C.V.M. should be used in setting up an approximation scheme for thermodynamical systems. These results will be reported in a dissertation that has just been finished.

In some special situations the above described problem can be decided by applying ideas of Kikuchi. This has been reported in (5), (6)

#### Publications

1. N.M. Hugenholtz, Derivation of the Boltzmann equation for a Fermi gas, *J. of Stat. Phys.* 32 (1983), 231-254.
2. M. Winnink, *Delft Progress Report* 9, 115-134 (1984).
3. J.T. Lewis and M. Winnink, *Colloquia Mathematica Societatis JÁNOS BOLYAI*, Proceedings of the Estergom meeting on Random Fields (1979), 671-679.
4. A.G. Schlijper, *Phys. Rev. B*, 27, 6841 (1983).
5. A.G. Schlijper, *J. Stat. Phys.*, 35, 285 (1984).
6. A.G. Schlijper, *J. Stat. Phys.*, 40, 1 (1985).
7. A.G. Schlijper, *Phys. Rev. B*, 31, 609 (1985).

#### 10. Research Program 1986/1987

The research in this project for the coming years will consist of two parts.

##### Part I: The mathematical theory of renormalization

This will be a continuation of work already in progress (T. Dorlas). In this area of mathematical physics there is much that is not well understood. The physical motivation for this work was given in section 9. The mathematics involved is a.o. the theory of non-Gaussian random fields and similarity transformations. An illustration of the work involved may be found in the

##### Reference

Pierre Collet and Jean-Pierre Eckmann, *A Renormalization Group Analysis of the Hierarchical Model in Statistical Mechanics*.  
Springer Verlag.

Part II: Formulation of approximation schemes for random physical lattice systems

The project we envisage is to investigate how the "finite element calculations" like C.V.M., can reliably be applied to approximate the thermodynamical systems like spin-glasses.

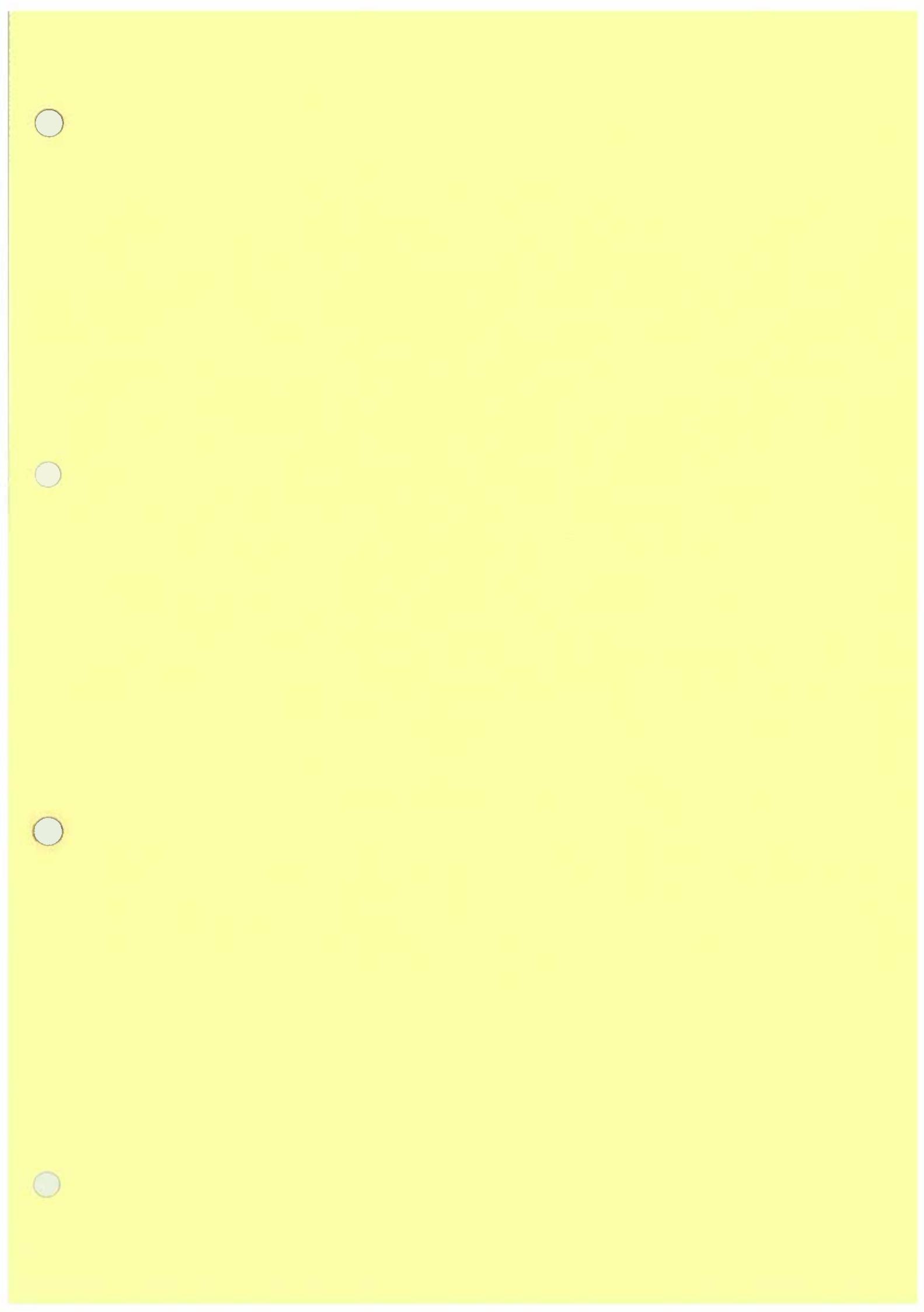
Unlike in non-random systems, where we have been able to answer some relevant questions in this respect, in random systems many of the rigorous results on thermodynamical systems are not yet available. As shown by v. Enter (Les Houches Lectures, 1984), v. Enter and v. Hemmen (J. Stat. Phys., 32, 141 (1983)), v. Hemmen (Springer Lecture Notes in Physics, 192 (1983)), and v. Enter and Griffith (C.M.P. 90) some of the needed rigorous results on random systems have become available.

The first still formal results that are an extension of the ones we have obtained for non-random systems have been reported by T. Morita in (1).

- (1) T. Morita, Progress in Theoretical Physics Supplement, Vol.80, 103-108, (1984).

Further remarks

This project is proposed as part of the activities of the newly founded Mathematical Physics Group. A part of the present activity, however, still belongs to the Molecular Physics Group (T. Dorlas, M-VI-Groningen). Due to its rather mathematical nature we have decided to propose the continuation of this project in the framework of Mathematical Physics. One of the two positions requested in 8 is therefore not new but a continuation of our present position in Molecular Physics.





1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

N.B. Raadpleeg de toelichting  
Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-80-04

1

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: dr. C.A.M. Peters Instelling: Rijksuniversiteit Leiden Corr.adres: Wassenaarseweg 80, 2333 AL Leiden	Functie: hoofdmedewerker Telefoon: (071) 148333 ~ 5079		
1b. Aanvrager(s)	Naam: dr. G.B.M. v.d. Geer Naam: prof.dr. F. Oort Naam: dr. C.A.M. Peters	Functie: hoofdmedewerker Functie: hoogleraar Functie: hoofdmedewerker Instelling: U.v.A. Instelling: R.U.U. Instelling: R.U.L.		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Moduli Moduli			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Amsterdam, Leiden, Utrecht			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Het bevorderen van onderzoek aan moduli-ruimten van algebraïsche variëteiten en de daarmee verband houdende arithmetische problemen.			
Technical abstract		Stimulating research concerning moduli spaces of algebraic varieties and related arithmetical algebraic geometry.		
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
Researchers involved in the project	drs. C.F. Faber	algebraïsche meetkunde	ZWO	40
	drs. J. Top	algebraïsche meetkunde	ZWO	40
	dr. G. van der Geer	algebraïsche meetkunde/ modulaire vormen	UvA	16
	prof.dr. F. Oort	algebra/alg. meetkunde	RUU	16
	dr. C.A.M. Peters	complexe variëteiten	RUL	16
	prof.dr. H.W. Lenstra, jr.	algebraïsche getaltheorie	UvA	-
	prof. dr. J.P. Murre	algebra/alg. meetkunde	RUL	
6. Totale subsidie- periode	Duur: 7 jaar	Aanvang: 1 september 1981		
7. Publikaties	dissertaties en artikelen in internationale tijdschriften			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification:	1204 en 1205 10 algebra en meetkunde 14,32 ; secundair IOD		

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

- Doing research concerning moduli spaces of algebra varieties and related arithmetical geometry.

- Progress:

B. van Geemen completed his thesis on the Schottky problem, he earned his doctorate cum laude.

T. Sekiguchi (in collaboration with F. Oort) studied liftingproblems of automorphisms of curves in positive characteristics.

J. Top simplified work of Serre and Fried concerning the rank of elliptic curves over numberfields à la Néron.

C. Faber has been studying (generalized) prymvarieties and maps between related moduli spaces. Partial results have been obtained.

T. Katsura (in collaboration with F. Oort) determined class numbers and stratifications up to  $g = 3$ .

- Publications:

1. B. van Geemen Siegel modular forms vanishing on the moduli space of curves, Invent. Math. 78(1984), 329-349.

2. B. van Geemen The Schottky problem and moduli spaces of Kummer varieties, thesis Utrecht (1985).

3. G. van der Geer The Schottky problem, Lect. Notes in Math. 111, Springer Verlag (1985) in "25th-Arbeitstagung, Bonn 1984".

4. F. Oort Algebraic geometry in mixed characteristics, Symp. in algebra geometry, ed. K. Ueno, Tohoku Univ. (1984).

5. F. Oort, T. Sekiguchi The canonical lifting of an ordinary jacobian need not be a jacobian variety, preprint 323, R.U.U. (1984)

6. C.A.M. Peters A criterion for flatness of Hodge bundles over curves and geometric applications, Math. Ann. 268(1984), 1-19.

vervolg 9.

7. F. Beukers  
C.A.M. Peters  
A family of K3-surfaces and  $\zeta(3)$ , Journ. fur reine und angew. Math. 351(1984), 42-54.
8. W. Barth  
C.A.M. Peters  
A.J.H.M. v.d. Ven  
Compact complex surface, Ergebni. der Math. 3e Folge 4,  
Springer Verlag (1984).

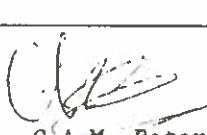
10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>We continue with our bi-weekly meetings which will play a pivotal role. The program reaches its peak-activity in near future. The interest of the majority of the participants is shifting towards a more arithmetical approach. We hope that after 1986 the project can merge with a new Z.W.O.-project of a more arithmetical character.</p> <p>Concretely this would mean that the moduli-seminars from '86/'87 on can be replaced by a new type of seminars, while the ZWO-employees complete their theses.</p> <p>C. Faber continues working on Prym varieties</p> <p>J. Top either continues his present work or he'll choose a related subject.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>Two graduate students. Task: doing research in the area of moduli.</p>
12. <b>Hernieuwde aanvraag</b>	Vorig. doss.nr: 10-80-04
13. <b>Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron</b>	Geen.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-80-04

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984	30	-	?
	aangevraagd	1985	33	-	p.m.
	toegekend	1985	33	-	?
	AANVRAAG	1986	24	-	p.m.
	raming	1987	24	-	p.m.
	raming	1988	16	-	p.m.
	raming	1989	-	-	-
	raming	1990	-	-	-
15.	<b>a. Personeel</b>				
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	C. Faber	promotiemeedewerker	01-09-1984	31-08-1988	
	J. Top	promotiemeedewerker	01-09-1984	31-08-1988	
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	Voor Bogomolov en Parshin zijn bezoekersbeurzen aangevraagd bij Z.W.O. voor het najaar van 1985. I.v.m. onzekerheid over de periode van bezoek is het mogelijk dat dit geheel of gedeeltelijk in 1986 valt.				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
	Voor binnenlandse reizen is f 50,- per manmaand gerekend, voor de buitenlandse reizen f 100,- De vraagtekens verwijzen naar uw boekhouding.				
Ondertekening	Aanvrager(s): namens de aanvragers:	 C.A.M. Peters		Datum: Leiden, 21 juni 1985.	



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van openbaar onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-80-05	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: J.H.M. Steenbrink Instelling: Mathematisch Instituut, R.U.L. Corr.adres: Wassenaarseweg 80, 2333 AL Leiden	Functie: hoogleraar	Telefoon: (071) 148333 t.st. 5043	
1b. Aanvrager(s)	Naam: E.J.N. Looijenga Naam: D. Siersma Naam:	Functie: hoogleraar Functie: hoogleraar Functie:	Instelling: K.U.N. Instelling: R.U.U. Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Singulariteitentheorie. Singularity theory.			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Aan de mathematische instituten van R.U.L., R.U.U. en K.U.N.			
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling   Technical abstract	Bestudering van singulariteiten van differentieerbare afbeeldingen en analytische ruimten zowel vanuit topologisch als vanuit analytisch en algebraïsch-meetkundig gezichtspunt.   Study of singularities of differentiable mappings and analytic spaces as well from the topological as from the analytical and algebro-geometrical viewpoint.			
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek   Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Prof.Dr. E.J.N. Looijenga Drs. W.A.M. Jansen (tot 1.12.'84) Prof.Dr. D. Siersma Drs. P. Lorist (tot ca. 1-5-'85) Drs. G.R. Pellikaan Drs. C. Cox (tot 1-3-'85) Prof.Dr. J.H.M. Steenbrink Drs. J. Stevens Drs. D. van Straten Drs. M. Saito (tot 1-10-'84) Drs. Th. de Jong	algebraïsche meetkunde analytische meetkunde differentiaalmeetkunde differentiaalmeetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde analytische meetkunde analytische meetkunde analytische meetkunde	KUN ZWO RUU RUU ZWO/RUU RUU RUL RUU ZWO ZWO ZWO	15 — 15 — — — 15 30 35 — 35
6. Totale subsidie- periode	Duur: 5 jaar en 2 maanden	Aanvang: 1 oktober 1980		
7. Publikaties	In erkende vaktijdschriften, boeken en dissertaties.			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P 120, P 150 b. Toepassingsgebied (NABS-code): c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: LSV algebra en meetkunde d. 1980 Mathematics Subject Classification: 14 B/C , 32 B/C , 55 A/D/E/F , 57D .			

9a. voor nieuw onderzoek	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>
9b. voor continuerings- aanvragen	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>
	<p>9a. of 9b.</p> <p>M. Saito developed a theory of Hodge modules on projective varieties which results in a pure Hodge structure on intersection homology. [1]</p> <p>W. Janssen completed the classification of skew-symmetric vanishing lattices and defended his thesis on 28-2-1985. [2,3]</p> <p>G. Pellikaan proved a conjecture of Husein-Zade and gave an example which solves a problem of Bochnak (see Appendix of [4]). He completed his research on deformation theory of non-isolated singularities. [5]</p> <p>D. van Straten found a method to compute the irregularity of isolated hypersurfaces using their Gauss-Manin system. It results in counterexamples to semicontinuity of this invariant and to a conjecture of J. Wahl [6]. He also defined a geometric genus for certain non-isolated singularities which behaves semicontinuously under deformation.</p> <p>Th. de Jong started his research on mixed Hodge structures on the vanishing cohomology of non-isolated singularities.</p> <p>[1] M. Saito: Hodge structure via filtered <math>\mathcal{D}</math>-modules. RUL report 13, July 1984.</p> <p>[2] W.A.M. Janssen: Skew-symmetric vanishing lattices and their monodromy groups II. KUN report 8403.</p> <p>[3] W.A.M. Janssen: Skew-symmetric vanishing lattices. Thesis Nijmegen 1985.</p> <p>[4] J. Bochnak &amp; W. Kucharz: Local algebraicity of analytic sets. Journ. f.d. reine und angew. Math. 352(1984), Appendix by G.R. Pellikaan.</p> <p>[5] G.R. Pellikaan: Residual Jacobi ideals of hypersurface singularities. RUU preprint 357, dec. 1984.</p> <p>[6] D. van Straten &amp; J.H.M. Steenbrink: Extendability of holomorphic differential forms near isolated hypersurface singularities. RUL report 26, okt. 1984.</p>

**10.****Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

G.R. Pellikaan will finish his thesis by the end of 1985. D. van Straten and Th. de Jong will pursue their study of the vanishing cohomology of non-isolated (hypersurface) singularities. It is desirable that D. van Straten will be able to attend the special year of singularities in Chapel Hill, U.S.A. for the period of at least one month. He will finish his thesis by the end of 1986. By lack of suitable candidates, we cancel the post-doc position for 1985/1986.

**11.**

For the Ph.D.-students: prepare a dissertation.

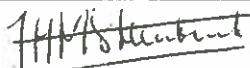
**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)****12.  
Hernieuwde aanvraag****Vorig. doss.nr:****13.****Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-80-05

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984	48	-	
	aangevraagd	1985	31	-	p.m.
	toegekend	1985	31	-	
	AANVRAAG	1986	24	-	p.m.
	raming	1987	12	-	p.m.
	raming	1988	8	-	p.m.
	raming	1989			
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	a. Personeel				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	drs. D. van Straten drs. Th. de Jong	wet. assistent wet. assistent	1-1-1983 1-9-1984	1-1-1987 1-9-1988	
	b. Apparatuur				
	c. Bezoeken buitenlandse deskundigen				
	Korte bezoeken van buitenlandse deskundigen zijn voor ons project van groot belang gebleken. Wij gaan uit van bezoeken van één, ten hoogste twee weken. Het gaat daarbij vooral om wiskundigen uit (of te gast in) West-Duitsland (Bonn), Frankrijk (Parijs) en Engeland.				
	d. Reis- en overige kosten				
	De reiskosten binnenland zijn bestemd voor het tweewekelijkse intercity seminarium, dat beurtelings te Nijmegen, Leiden en Utrecht gehouden wordt. Voor 1986 is hiervoor f1.500,- begroot. De reiskosten buitenland zijn bestemd voor congresbezoek. Voor 1986 is hiervoor begroot f4.500,-.				
Ondertekening	Aanvrager(s):   Prof. Dr. J.H.M. Steenbrink			Datum:  Leiden, 3 juli 1985.	

1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland	Dossiernummer: 10-80-09	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: R. Tijdeman Instelling: Mathematisch Instituut, R.U.L. Corr.adres: Postbus 9512, 2300 RA Leiden	Functie: Hoogleraar Telefoon: (071) 148333 t.st. 5036		
1b. Aanvrager(s)	Naam: F. Beukers Naam: Naam:	Functie: universitair Functie: docent Functie:	Instelling: R.U.L. Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Diophantische approximaties Diophantine approximations			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Mathematisch Instituut, R.U. Leiden			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	<p>a. De studie van diophantische approximaties houdt zich hoofdzakelijk bezig met de benadering van reële of complexe getallen door rationale of algebraïsche getallen. Doel van het onderzoek is de ontwikkeling van toepassingen van technieken om diophantische problemen op te lossen die rijzen in de getaltheorie, combinatoriek en andere delen van de wiskunde. In het bijzonder betreft dit irrationaliteit, transcendentie, (meerdimensionale) kettingbreuken, gelijkverdeling en toepassingen op diophantische vergelijkingen en recurrente rijen.</p> <p>b. The study of diophantine approximations is mainly concerned with the approximation of real or complex numbers by rational or algebraic numbers. The aim of the research is the development and application of methods to solve diophantine problems arising in number theory, combinatorics and other parts of mathematics. In particular we deal with irrationality, transcendency, (multi-dimensional) continued fractions, uniform distribution and applications to diophantine equations and recurrence sequences.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Dr. F. Beukers Drs. M. Coster Drs. R.J. Kooman Prof.dr. R. Tijdeman Drs. B.M.M. de Weger	getaltheorie getaltheorie getaltheorie getaltheorie getaltheorie	RUL RUL RUL RUL ZWO	24 40 40 20 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: maart 1983		
7. Publikaties	Internationale tijdschriften, congresverslagen, proefschriften.			
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1205 Number Theory</p> <p>b. Toepassingsgebied (NABS-code): (74)</p> <p>c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: LSV algebra en meetkunde</p> <p>d. 1980 Mathematics Subject Classification: 10F, 10A, 10B, 10E, 10H, 10K, 10L</p>			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

Report on  
research by  
B.M.M. de  
Weger

9a. of 9b.  
In 1984 De Weger finished his research on diophantine approximation in the p-adic case. The account of his work will be published in the Journal of Number Theory [1], [2]. Since approximations of p-adic numbers can be described in terms of bases of lattices, there are close connections with basis reduction algorithms. This connection can be generalised to the multi-dimensional case.

The main theme of the research is to solve diophantine equations from certain classes by computers. The aim is to devise algorithms that accept the parameters of the equation as input and give the complete set of solutions as output. De Weger investigated a recent method of M. Mignotte for solving equations of Ramanujan-Nagell type. By this method he solved the equations  $x^2 + k = 2^n$  for all  $k$  with  $|k| \leq 2896$  in one computer run. Various equations of similar type were solved, but it seems not possible to develop an algorithm based on Mignotte's method such that one can be sure that all solutions of any equation of the form  $x^2 + k = p^n$  ( $p, k$  given) will be found.

The next method studied by De Weger to solve diophantine equations is the Gelfond-Baker method. By this method upper bounds for the solutions of various equations and inequalities can be derived. De Weger studied among others the diophantine problems  $|p^x - qy| < p^{x/2}$  ( $p, q$  fixed),  $p^x + qy = r^z$  ( $p, q, r$  fixed),  $u_n = wp^m$  ( $\{u_n\}$  a binary recurrence sequence,  $w$  and  $p$  fixed)

and  $\sum_{i=1}^4 a_i p^{x_i} q^{y_i} = 0$  ( $p, q, a_1, \dots, a_4$  fixed). In these cases the Gelfond-Baker

method provides very large upper bounds for the solutions. Then other approximation methods can be applied to show that there are no solutions between the very large bound found before and a much smaller number. The remaining values can be checked individually. Along these lines De Weger wrote some computer programs which solve such equations in a few seconds computer time, with mathematical certainty (i.e. taking into account round-off errors due to the limitedness of computer representation). He spent much time on developing the necessary software. There is good collaboration with Dr. A. Pethő (Debrecen, tempor. Cologne) who works on similar problems. Certain results will be published as a joint publication with him.

## References:

1. R. Tijdeman, Approximation of real matrices by integral matrices, Report No. 20, Mathematisch Instituut, Univ. Leiden, September 1984.
2. B.M.M. de Weger, Approximation lattices of p-adic numbers, Report No. 22, Mathematisch Instituut, Univ. Leiden, September 1984.

**10.**

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale tasing van het onderzoek ná 1987**

Second half of 1985: The Thue equation and the Thue-Mahler equation.  
 1986 : The Mordell equation, the  $p$ -adic Mordell equation and the hyperelliptic equation.

**11.**

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

De Weger will investigate the existing literature on the equations mentioned in 10. He has to analyse how reliable the methods are in practice and how far they can be generalised. Subsequently he should write computer programs by which diophantine equations can be solved by merely giving the parameter values to the computer and show that the outcome in any case is correct.

**12.**

**Hernieuwde aanvraag**

**Vorig. doss.nr:**

**13.**

**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

Naast de reeds vermelde personele bijdragen zal de universiteit de kosten voor computergebruik en andere gebruikelijke kosten voor zijn rekening nemen. Verdere subsidieaanvragen voor 1983 en later zijn nog niet gedaan.

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-80-09

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten			
	toegekend	1984	12	-	≈ f1.500,-			
	aangevraagd	1985	12	-	p.m.			
	toegekend	1985	12	-	p.m.			
	AANVRAAG	1986	12	-	p.m.			
	raming	1987	2	-	p.m.			
	raming	1988						
	raming	1989						
	raming	1990						
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	<b>a. Personeel</b>							
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum				
	B.M.M. de Weger	wetenschappelijk assistent	1-3-1983	28-2-1987				
	<b>b. Apparatuur</b>							
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>							
	In 1984 bezochten Mignotte (Straatsburg), Pethő (Keulen) en Brownawell (Penn. State University) het Mathematisch Instituut in het kader van het project. In 1985 verblijven o.a. Pethő (Keulen) en Brindza (Debrecen) langere tijd in Leiden zonder aanspraak op Nederlandse middelen te doen.							
Ondertekening	<b>d. Reis- en overige kosten</b>		De reiskosten zijn voor congresbezoeken en werkbezoeken aan plaatsen waar men aan nauw verwant onderzoek bezig is.					
	Aanvrager(s): <i>R. Tijdemann</i>		Datum: Leiden, 13 juni 198					
	R. Tijdemann.							

1986	<p>Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC/ Stichting i.o. <b>Informatica Onderzoek in Nederland (SION)</b></p>	<p><b>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</b></p>	Dossiernummer: 10-80-12	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	<p>Naam: H.W. Lenstra, Jr. Instelling: Mathematisch UvA Corr.adres: Roetersstraat 15, 1018 WB Amsterdam</p>	<p>Functie: hoogleraar (020) 5222257 (UvA) Telefoon: (020) 761756 (privé)</p>		
1b. Aanvrager(s)	<p>Naam: P. van Emde Boas Naam: (tevens tweede Naam: contactpersoon)</p>	<p>Functie: lector Functie: Functie:</p>	<p>Instelling: UvA; telefoon: Instelling: (020) 5223065 (UvA) Instelling: (023) 281598 (privé)</p>	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	<p>Primaliteitstests Primality testing</p>			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	<p>Subfaculteit Wiskunde UvA Roetersstraat 15 1018 WB Amsterdam</p>			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	<p>Het doel van het onderzoek is de bestaande methoden om te beslissen of een gegeven getal priem is zowel in theoretisch als in praktisch opzicht te verbeteren.</p>			
Technical abstract	<p>The purpose of the project is to improve the existing primality testing methods both theoretically and practically.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek	<p>Naam en titel(s)</p> <p>Prof.Dr. H.W. Lenstra, Jr. Dr. P. van Emde Boas W. Bosma M.P.M. van der Hulst</p>	<p>afstudeerrichting/ specialisatie</p> <p>zuivere wiskunde theoretische informatica wiskunde wiskunde/informatica</p>	<p>ten laste van</p> <p>UvA UvA ZWO (SMC) ZWO (SION)</p>	<p>uren/week in 1986 te besteden</p> <p>2 2 40 40</p>
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 juli 1985		
7. Publikaties	<p>dissertatie(s), artikel(en) in vaktijdschriften, congresbijdrage(n), gedocumenteerde programmatuur.</p>			
8. Classificatie	<p>a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1203, 1205; P 120, P 170.      b. Toepassingsgebied (NABS-code): 10 LSV Algebra en Meetkunde (SMC)      c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: WG Theoretische Informatica (SION)      d. 1980 Mathematics subject classification / 1982 CR Classification Scheme:      10A25, 10-04 F.2.1</p>			

9a. voor nieuw onderzoek	<ul style="list-style-type: none"><li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li><li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li><li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li></ul>
9b. voor continuerings- aanvragen	<ul style="list-style-type: none"><li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li><li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li></ul>
9a. of 9b.	<p>Aangezien het project nog niet gestart is kan er nog geen voortgang gerapporteerd worden.</p> <p>Voor een recapitulatie van de probleemstelling zie men vraag 4. Voor een uitgebreide toelichting zie men de beantwoording van vraag 9 op het voor 1985 ingediende aanvraagformulier.</p>

indien nodig op blz. 2a vervolgen

SMC/SION-aanvraag "Primaliteitstests", H.W. Lenstra, Jr. & P. van Emde Boas.

Vraag 9: Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek.  
Description of aims of the project and of principal problems.

Historical context.

A few years ago L.M. Adleman (Los Angeles), C. Pomerance and R.S. Rumely (both Athens, Georgia) designed a new primality testing algorithm, which is based on the higher reciprocity laws from algebraic number theory [2]. H. Cohen (Bordeaux) and H.W. Lenstra, Jr. (UvA) simplified the test both theoretically and algorithmically [6], and the simplified test was implemented by H. Cohen and A.K. Lenstra (CWI) on the SARA-CDC-Cyber system in Amsterdam, with the help of D.T. Winter (CWI) [5]. The method turns out to be much faster than older algorithms (see [12] about these) and also to be suitable for much larger numbers. The implementation is considered to be the best primality test in existence. It has been made available to other institutions, such as Bell Laboratories (Murray Hill, New Jersey) and Sandia National Laboratories (Albuquerque, New Mexico); at the latter institution it is in almost daily use in connection with cryptological applications.

Purpose and means.

Both the theory behind the existing primality testing algorithms and their implementations can be improved in several ways; see below for more detailed information. The primary purpose of the project is to make these improvements, to publish these, and to document the new implementation. Secondly, problems of a more theoretical nature arising out of the primary purpose will be studied, even if these are unlikely to lead to practical improvements during the course of the project. These problems will belong to the domains of mathematics (mainly algebra and number theory) and computer science (mainly theoretical computer science).

The research will be carried out with the usual resources of a mathematician and a computer scientist: writing material, libraries, computing devices, contact with colleagues.

Relation to research elsewhere.

The project fits well in the "Voorwaardelijke Financiering"-research project of the "Subfaculteit Wiskunde" of the UvA. At the CWI expertise and interest in the subject exist, but the CWI has not (yet) been approached for cooperation. To our knowledge no similar project is planned or carried out elsewhere in the world.

Scientific interest.

The scientific interest of primality testing lies in the contrast between the apparent simplicity and the fundamental character of the question that is being studied on the one hand, and the difficulty and diversity of the problems and techniques that enter into its solution on the other hand. More specific points of interest of the proposed research are listed below. Moreover, the considerably improved primality testing program in which the project is expected to result can be used for various purposes: to do experimental research in number theory; to replace the earlier primality test in the cryptological application mentioned above; and to satisfy the numerologist's curiosity ("is the number  $(10^{1031}-1)/9 = 111\dots111$  prime?").

#### Classification of the project.

Mathematics may be defined as the research activity of people who consider themselves mathematicians and are considered as such by other mathematicians. This definition may have its logical deficiencies (see the discussion in [3]) but it is generally accepted as the only usable one in the context of classifying research projects. It may be accepted that *mutatis mutandis* the same definition applies to "number theory" and "(theoretical) computer science".

All researchers that occupy themselves with primality testing are number theorists (Lehmer, Selfridge, Pomerance, Cohen,...) or theoretical computer scientists (Rabin, Pratt, Miller, Adleman, ...). These categories are by no means strictly separated: some of the number theorists actually work at computer science departments, and some of the theoretical computer scientists at departments of mathematics; moreover, in each of the two categories there is interest both in the theoretical and in the practical aspects of the problem.

The conclusions of the above are that the proposed research project belongs to the interface between number theory and theoretical computer science, and that in spite of the many practical aspects of the project it does not belong to applied mathematics or to the more practically oriented parts of computer science.

The mathematician and the computer scientists that should carry out the proposed research are expected to do so in close cooperation, and they will have to be able to develop more than just a working knowledge of each others domain. For this project such researchers can only be found among number theorists and theoretical computer scientists.

The question suggests itself why number theorists and theoretical computer scientists are interested in primality testing. This question is answered below.

#### Number theoretic interest.

Number theorists are interested in primality testing for several reasons. Above we mentioned already scientific curiosity and the possibility to do experimental research in number theory. The most important reason however is the scientific satisfaction that arises from the application of difficult theories to a problem that everybody can understand.

Historically, the following areas have been applied to the problem of primality testing: quadratic forms (Euler, Gauss), Fermat's theorem (Lucas and others), linear recurrences (Lucas, Lehmer, Williams, ...), higher reciprocity laws (Adleman, Rumely), cyclotomic fields (Cohen, Lenstra).

In the present project a new area will be added to this list. It appears to be possible to make the currently best algorithm more efficient and more flexible by combining it with the older methods. To this end an algebraic formalism must be developed in which all these methods can be formulated. The proper framework for this formalism is Galois theory for finite rings (cf. [7, sec. 8]), combined with ideas from class field theory. This area has until now never been applied in primality testing. Developing this theory and adapting it to the present needs are the main mathematical ingredients of the project. It is not impossible that the new formalism will suggest methods not considered before, e.g. depending on elliptic curves and complex multiplication.

### Theoretical computer science interest.

Theoretical computer scientists became apparently first interested in algorithmic problems from number theory because these could serve as illustrative applications of complexity theory. Since then several applications of algorithmic number theory to other areas of theoretical computer science have been found. The best known example is the application of Rabin's primality testing algorithm to cryptology. Further Adleman and Manders [1] applied Miller's primality test in their investigation of complete problems for random reductions. We also mention Chistov and Grigor'yev [4], who use results from algorithmic number theory in their recent work on the complexity of deciding the theory of real closed fields and the theory of algebraically closed fields..

We now sketch the role of theoretical computer science in the proposed research project. The mathematical theory, once developed, will not simply consist of a single theorem of the type "if the number  $n$  satisfies such-and-such conditions then it is prime". If that were the case - and with some oversimplification it may be said that it is the case for the existing primality testing theories - one would simply sit down and write a program to verify the "such-and-such conditions". In that case there would be no opportunity to profit from theoretical computer science. What will happen, however, is that the mathematical theory is far more complicated in structure. It will consist of a whole body of theorems with many logical interrelationships, and although it will have been designed with an algorithmic purpose in mind it will not clearly point the way towards one well-defined algorithm. Instead, it will make several approaches possible, which can all be combined. It will be a non-trivial task to structure the theory in such a way that it can readily be organized into an all-embracing algorithm. It is our opinion that this can best be done by a theoretical computer scientist who collaborates closely with the mathematician that builds up the theory.

It is impossible to be completely specific about the problems that will arise, because this would require part of the research to have been performed already. But, to be less vague than above, it seems safe to predict that the mathematical theory will yield results of the following three types:

- (i) results that say: if  $n$  is an integer, and
    - (a) one has a collection of auxiliary numbers satisfying an intricate list of conditions (congruences, inequalities, ...)
    - (b) one has a collection of finite ring extensions of  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  satisfying certain properties with respect to automorphisms;
    - (c) certain complicated identities related to the numbers from (a) are valid in the rings from (b),then
    - (d) so much is known about the possible divisors of the integer  $n$  that its primality can be decided with relative ease;
  - (ii) results that give methods to produce numbers as in (a); some of these methods are probabilistic in nature and depend on luck, others are deterministic but yield numbers that are "worse";
  - (iii) results that give methods to construct rings that are likely to meet the conditions in (b) and (c); again there are several methods here.
- It is likely that the final primality testing algorithm will basically have the following structure.
- (A) decide which result of type (i) is to be used;
  - (B) use one or more methods from (ii) to produce a collection of auxiliary numbers satisfying the conditions in (a);
  - (C) use one or more methods from (iii) to construct rings that have the properties from (b) and that are likely to satisfy (c);
  - (D) check the identities from (c) (this will probably be the most time-consuming part);
  - (E) (the "end game") finish the primality test (cf. (d)) (if  $n$  becomes very large this part may become dominating).
- This offers the following challenges to computer science.

1. Heuristics. In each of the stages (A), (B), (C) choices must be made. Moreover, these choices are not independent, since the amount of 'luck' in (B) may influence the decision in (A). The total number of alternatives is immense, and they will have greatly varying running times. Therefore the program will have to include an optimization routine. One must look for a collection of numbers in (B) that is admissible in the sense that the conditions in (a) are satisfied, and that minimizes the running time. This running time is given by a complicated function for which one can hopefully find a reasonable estimate. It should include a prediction of the amount of luck one will have in stage (B) as well as the running time of the optimization routine itself.

This optimization problem promises to become a difficult one, and a heuristic solution method will have to be used. Related investigations on heuristics are in [10] in connection with integer factoring. It would also be interesting to investigate whether for the present application general heuristic rules like the  $m^{2/3}$ -rule proposed by Willard [11] for a large class of algorithmic problems can be derived.

2. Parallelization. The algorithm to be designed has a large potential for parallelizing. Each of (B) and (C) can easily be parallelized, and so can the checking of the identities in (D) and the "end game" (E); in fact (E) can even be done in parallel with (D). Parallelizability at the smaller level of the arithmetic in the finite rings may be investigated as well. Which of these possibilities will be pursued will also depend on the specific form of parallelism offered by the available hardware. A vector machine may require a radically different approach than a MIMD-architecture.

3. Modularization, program correctness. It should be clear from the above description of the theory that the program will have to be highly modularized. This will also contribute to the clarity of structure that is needed to establish the correctness of the program. In particular, there should be a guarantee that if the program declares a number to be prime, then all conditions, properties and identities from (a), (b), (c) have indeed been checked.

4. Microprocessor. The possibilities for a microprocessor based implementation for an intermediate range of number sizes should be considered. Such an implementation could be made available to a large audience of number theorist that do not have access to a large computer.

#### Problems of a varied nature.

We close with a list of specific problems of lesser importance than those mentioned above. Some are mathematical problems, others belong to computer science. Some may be of interest for the implementation, others less so.

1. Extend the theory from [6] to characters of non-prime power order.
2. Improve stage (E) of the algorithm; in particular, is the idea from [8] useful in practice?
3. Given a large number  $n$ , is there a fast way to look simultaneously for prime divisors of the numbers  $n-1, n^2-1, n^3-1, n^4-1, \dots$ ? Can lower bounds for such divisors be exploited in the primality test, as in [12]?
4. Design special purpose arithmetic packages for the rings to be used in (D); in particular, investigate whether the methods from [9] and [13] are useful, and determine the optimal trade-off between theoretically efficient and practically usable methods.
5. Extend the specialized arithmetic package developed specifically for the test from [6], which increased its speed by an order of magnitude; in particular, investigate how to accelerate the calculation of  $(a \bmod n)$  using that  $n$  is fixed, and how to calculate in variable precision.

References.

1. L.M. Adleman & K. Manders, *Reducibility, randomness and intractability*, Proc. ACM SIGACT STOC 9 (1977), 151-163.
2. L.M. Adleman, C. Pomerance & R.S. Rumely, *On distinguishing prime numbers from composite numbers*, Ann. of Math. 117 (1983), 173-206.
3. P.C. Baayen, *de Ganzenboom*, in H.W. Lenstra, jr., J.K. Lenstra & P. van Emde Boas eds., *Dopo le Parole*, aangeboden aan dr. A.K. Lenstra, Amsterdam 1984.
4. A.L. Chistov & D. Yu. Grigor'ev, *Complexity of quantifier elimination in the theory of algebraically closed fields*, Proc. MFCS'84, Springer LCS 176 (1984), 17-31.
5. H. Cohen & A.K. Lenstra, in preparation.
6. H. Cohen & H.W. Lenstra, jr., *Primality testing and Jacobi sums*, Math. Comp. 42 (1984), 297-330.
7. H.W. Lenstra, jr., *Primality testing algorithms (after Adleman, Rumely and Williams)*, Séminaire Bourbaki 33 (1980/81) exp. 576, Springer LNM 901 (1981), 243-257.
8. H.W. Lenstra, jr., *Divisors in residue classes*, Math. Comp. 42 (1984), 331-340.
9. H.J. Nussbaumer, *Fast Fourier transform and convolution algorithms*, 2nd. ed., Springer series in Information Sciences, 1982.
10. C. Pomerance, *Analysis and comparison of some integer factoring algorithms*, in H.W. Lenstra, jr. & R. Tijdeman eds. *Computational methods in number theory, Part 1*, Math. Centre Tracts 154 (1982), 89-139.
11. D. E. Willard, *Sampling algorithms for differential Bath Retrieval Problems*, Proc. ICALP 11, Antwerpen 1984, Springer LCS 172 (1984), 514-526.
12. H.C. Williams, *Primality testing on a Computer*, Ars Combin. 5 (1978), 127-185.
13. S. Winograd, *Arithmetic complexity of computations*, CBMS-NSF regional conference series in appl. math. 33 (1980).

10.	In the first stage of the research the investigators should familiarize themselves with the existing literature and software (1985). Next the theory should be extended, and a new implementation must be designed that incorporates all improvements (1986/7). The program must be developed, tested, and compared to other programs (1987/8). Finally one or more publications must be prepared (1987/8/9). At this stage of the project we are unable to provide a more detailed research plan.
11.	The candidate researchers should carry out the proposed research in close cooperation with each other. The ZWO-SMC researcher will mainly occupy himself with the algebraic and number theoretic aspects. The ZWO-SION researcher will mainly occupy himself with the computer science aspects. H.W. Lenstra, Jr. is the supervisor of the SMC-researcher, and P. van Emde Boas is the supervisor of the SION-researcher.
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr:
13. Financiële bij- dragen aan dit onderzoek uit andere bron	De UvA zal naar verwachting werkruimte, kantoorbehoeften en computerfacili- teiten ter beschikking stellen. Financiële steun uit andere bron is niet aangevraagd.

Begroting van de bij SION aangevraagde steun		jaar	personeel (manmaanden) SION      SMC	apparatuur (duurzame goederen) SION      SMC	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten SION/SMC		
14.	toegekend	1984						
	aangevraagd	1985	9      9	15000		p.m.		
	toegekend	1985	5      9	15000				
	AANVRAAG	1986	12      12	2000		p.m.		
	raming	1987	12      12	2000	p.m.	p.m.		
	raming	1988	12      12	2000	p.m.	p.m.		
	raming	1989	6      6	1000		p.m.		
	raming	1990						
15.  Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>							
	Naam		Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum			
	M.P.M. van der Hulst		wetenschappelijk assistent	1 juli 1985	30 juni 1989			
	W. Bosma		wetenschappelijk assistent	1 juli 1985	30 juni 1989			
	<b>b. Apparatuur</b>							
	Het voor 1985 opgevoerde bedrag had betrekking op de aanschaf van een terminal en de installatie daarvan in de werkruimte van de onderzoekers. De voor de latere jaren opgevoerde bedragen betrekken zich op onderhoud en op huur van de aansluiting.							
	Het is mogelijk dat het verloop van het onderzoek gebruik van een supercomputer wenselijk zal maken. De hier eventueel aan verbonden kosten zijn op dit moment niet te overzien, en ook niet in bovenstaand staatje opgenomen.							
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>							
	Van het opgevoerde bedrag kunnen twee maal buitenlandse deskundigen gedurende enkele weken op bezoek komen.							
<b>Ondertekening</b>	Aanvrager(s): <i>H.W. Lenstra</i>		Datum: 14 juni 1985					
	(H.W. Lenstra, Jr.; mede namens P. van Emde Boas)							



1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<p>N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland</p>	Dossiernummer: 10-80-13	
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Dr. M. van der Put Instelling: Mathematisch Instituut Corr.adres: Rijksuniversiteit Groningen, Postbus 800	Functie: Hoogleraar Telefoon: 050-116813		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Dr. B. Ditters Naam: Naam:	Functie: Hoogleraar Functie: Functie:	Instelling:Wiskundig Seminarium Instelling:VUA Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Differentiaalvergelijkingen en Formele groepen  Differential equations and Formal groups			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Amsterdam VUA en Groningen RUG			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	<p>Voor elliptische krommen, krommen van hoger geslacht en abelse variëteiten wil men de verbanden onderzoeken tussen perioden, formele groepen, differentiaalvergelijkingen, Zeta- en L-functies.</p> <p> </p> <p>One wants to investigate for elliptic curves, curves of higher genus and abelian varieties the connections between periods, formal groups, differential equations, Zeta- functions and L-functions.</p>			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)	afstudeerrichting/ specialisatie	ten laste van	uren/week in 1986 te besteden
	Drs. L. van der Marel Dr. B. Ditters Dr. M. van der Put	Algebra en Meetkunde Algebra en Meetkunde Algebra en Meetkunde	ZWO VUA RUG	40 u/w 8 u/w 8 u/w
6. Totale subsidie- periode	Duur: 4 jaar	Aanvang: 1 mei 1985		
7. Publikaties	x			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P120 b. Toepassingsgebied (NABS-code): x c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification: LSV algebra en Meetkunde 14-xx			

**9a.  
voor nieuw  
onderzoek**

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

**9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen**

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Aangezien de aanstelling bij ZWO pas op 1 mei 1985 viel, kan er nog maar weinig gerapporteerd worden over het project. B. van der Marel werkt zich nog in in de diverse aspecten van het onderzoek. Momenteel onderzoekt hij de familie hyperelliptische krommen  $y^2 = (x^5 - 1)(x - \lambda)$  en berekent daarvan de Gauss-Manin connectie, de monodromie en de Hasse-Witt matrix in karakteristiek  $p \neq 0$ .

Voor een uitgebreide toelichting van het voorgestelde onderzoek verwijzen we naar de beantwoording van vraag 9 op het voor 1985 ingediende aanvraagformulier.

## Wetenschappelijke informatie

9.

Nadere uitwerking van de probleem-en doelstelling van het onderzoek

Description of aims of the project and of principal problems

We have chosen for a very detailed description of the research problems. The starting point is the elliptic curve  $E_\lambda$  with equation  $y^2 = x(x-1)(x-\lambda)$  and  $\lambda \neq 0, 1, \infty$ . Associated with it are the following objects:

- (1) For  $\lambda \in \mathbb{C}$  the two periods  $\pi_1(\lambda), \pi_2(\lambda)$  of  $\omega = -\frac{dx}{2y}$ .
- (2) The development of  $\omega$  in the local parameter  $z = -\frac{x}{y}$  at  $\infty$ ; this is  $\sum D_n(\lambda) z^{2n} dz$  with  $D_n(\lambda) = (-1)^n \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 \lambda^i$ .
- (3) The formal group  $G_\lambda$  of  $E_\lambda$ .
- (4) For  $\lambda \in \mathbb{F}_q$  the trace  $a_\lambda$  of the Frobenius operator acting on various objects. The  $a_\lambda$  satisfies  $Z(E_\lambda | \mathbb{F}_q; t) = \frac{1-a_\lambda t+qt^2}{(1-t)(1-qt)}$
- (5) The Gauss-Manin differential equation of the family  $\{E_\lambda | \lambda \neq 0, 1, \infty\}$ . This can be done algebraically,  $\mathbb{C}$ -analytic or  $\mathbb{F}_p$ -analytic with the Monsky-Washnitzer cohomology. The differential equation is essentially  $HG(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1) =$  the hypergeometric equation with parameters  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$ .
- (6) For  $\lambda \in$  Number Field, the L-series of  $E_\lambda$ .

There are many connections and explicit formula's. More or less obvious are:

- (a) The periods satisfy  $HG(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$  and  $\pi_1 + \pi_2 = F(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; \lambda)$ .
  - (b) The  $D_n$ 's satisfy  $HG(-n, -n, 1)$
  - (c)  $G_\lambda(x, y) = f^{-1}(f(x) + f(y))$  where  $f(z) = \int \sum D_n(\lambda) z^{2n} dz$  has after transformation coefficients in  $\mathbb{Z}[\lambda]$ .
- Much deeper results, for  $\lambda \in \mathbb{Q}_p$  (or  $\mathbb{F}_p$ ),  $|\lambda| = 1$ , reduction  $\bar{\lambda}$  is supposed to be  $\neq 0, 1$  and  $\bar{\lambda}$  not supersingular.
- (d)  $a_{\bar{\lambda}}$  can be approximated by the formula's:

$$D \cdot p \frac{n+1}{2} - 1(\lambda) - a_{\bar{\lambda}} D \frac{n}{2} - 1(\lambda) + p D \frac{n-1}{2} - 1(\lambda) \equiv 0 \pmod{p^{n+1}}$$

(B. Ditters two notes C.R. Acad. Sc. Paris t. 282 (1976) A849 and A1131)

- (e)  $a_{\bar{\lambda}}$  can be approximated by  $g(mp^{s+1}-1, \lambda) - a_{\bar{\lambda}} g(mp^s-1, \lambda^p) \equiv 0(p^{s+1})$  in which  $g(2m, \lambda) = \sum_{i=0}^m \binom{-\frac{1}{2}}{i} \binom{-\frac{1}{2}}{m-i} \lambda^i$ .

(B. Dwork. P-adic cycles. Publ. Math. IHES 37 (1969))

$$(f) a_{\bar{\lambda}} = (-1)^{\frac{p-1}{2}} \frac{F(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda)}{F(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda^p)}.$$

(B. Dwork. A deformation theory for the zeta-function of a hypersurface.

Proc. Int. Cong. Math. (1962) 247-259 and also N. Katz. Travaux de Dwork. Sémin. Bourbaki 1971).

- (g) (Unpublished work of J. Tate and M. Lazard; see also B. Dwork-Lectures on p-adic Differential Equations (the introduction) Grundlehren 1980). The group  $G_\lambda$  becomes isomorphic to the multiplicative group after some unramified

vervolg 9.

extension  $V$  of  $\mathbb{Z}_p$  ( $=$  the  $p$ -adic integers). This means that for some unit  $C \in V$  the differential equation  $f'/f = C \int \omega$  has a solution in  $V[[z]]$ . The constant  $C$  satisfies  $a_{\lambda} = C^{\sigma} C^{-1}$  where  $\sigma$  is the Frobenius of  $V/\mathbb{Z}_p$ .

- (h) The L-series of  $E$  (over a number field) gives rise to a formal group. In the case  $E|Q$ , T. Honda has shown that this formal group coincides with the ordinary formal group of  $E$ . (See A. Robert - Elliptic curves - Lect. Notes in Math. 326)

#### Aspects of Research.

- \* Clarify the connections between (d) and (e) and also (d) and (f). Suggestion:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} D_{\frac{n-1}{2}}(\lambda) = F(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, 1; \lambda) \text{ p-adically.}$$

- \* Clarify the connection between (f) and (g). Consider the family  $\{G_{\lambda} | \lambda \neq 0, 1, \infty\}$  as subfamily of  $\{E_{\lambda} | \lambda \neq 0, 1, \infty\}$  and try to find a differential from this.
- \* Give an interpretation and background for the arithmetic properties of the polynomials  $D_n$ . (see B. Ditters- De Hopf-algebra van de symmetrische functies pag. 85).
- \* For  $\lambda \in Q_p$  (or  $\mathbb{C}_p$ ) with  $|\lambda| = 1$  and  $\bar{\lambda}$  supersingular,  $G_{\lambda}$  is no longer the multiplicature group. Its structuur depends on  $|D_{\frac{p-1}{2}}(\lambda)| < 1$ . If  $|D_{\frac{p-1}{2}}(\lambda)|$  is close to 1 then  $G_{\lambda}$  is "close" to a multiplicative group. Is there a connection with Dwork's theorem on the analytic continuation of  $F(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, 1, \lambda)$  over  $\mathbb{F}(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, 1, \Phi(\lambda))$  is ringdomains in the supersingular disks. (See the introduction of B. Dwork's book). From the group structure of  $G_{\lambda}$  one can probably give a construction of  $X_0(p)$  over  $Q_p$  and of the stable reduction of  $X_0(p)$ .
- \* Connection with T. Honda's papers (e.g. T. Honda - Formalgroups obtained from generalized hypergeometric functions. Osaka J. Math. 9 (1972) 447-462).

These research-aspects can be seen as an introduction to the study of higher-dimensional cases. In this  $E$  is replaced by (a family of) curves  $C$  or a (family of) abelian varieties. The first example would be a family of genus 2-curves  $y^2 = x(x-1)(x-\lambda_1)(x-\lambda_2)(x-\lambda_3)$  or its normalized according to Igusa.

#### Aspects of research:

- \* Are there suitable developments for the holomorphic 1-forms?
- \* What are the differential equations of the periods of the holomorphic forms? Can the Gauss-Manin differential equations on the de Rham-cohomology be made explicit?
- \* Find explicit formula's for the formal group, analogous to the addition formule for  $E_{\lambda}$ :  $sn(x+y) = \frac{x\Delta(y) + y\Delta(x)}{1 - k^2 x^2 y^2}$  where  $\Delta(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}(1-k^2 x^2)^{\frac{1}{2}}$ .

vervolg 9

- \* In the thesis of Kneppers (MC-tracts) the classification of the formal groups in the Igusa normal form with  $g = 2$  are treated.
- \* Try to find formula's for the  $H^1$ -term in the Zeta-function of the curve, using an explicit calculation of the Frobenius-action on the formal group or on the Monsky-Washnitzer  $H^1$ .
- \* Classification of the formal groups as function of the parameters. What are the corresponding differential equations and the unit roots.

Remarks. For genus 2 there is certainly an extensive literature and partial answers to the questions above. For another family of curves  $y^n = x^a(x - 1)^b(x - \lambda)^c$  questions above have been considered by B. Dwork and N. Katz.

10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987</b></p> <p>In 1985 the candidate and the two "senior researchers" are supposed to familiarize themselves with the various aspect of the proposed research. In 1986 and later years we expect that a fair amount of the 1-dimensional problems will be solved. Also in 1986 we hope to start the investigation of the p-adic solutions of the Gauss-Manin differential equations and the formal group aspects of the research proposal.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>The candidate researcher is expected to write a Ph.D. thesis on the subject. For this work a research period of 4 years is needed. The two senior researchers will assist and give direction to this Ph.D. work.</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr: N.V.T.
13. Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron	Géén

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-80-13

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985	9		p.m.
	AANVRAAG	1986	12		p.m.
	raming	1987	12		
	raming	1988	12		
	raming	1989	3		
	raming	1990			
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>				
	Naam		Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum
	Drs. L. van der Marel		ZWO-medewerker	1 mei 1985	1 mei 1989
	<b>b. Apparatuur</b>				
	N.V.T.				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	N.V.T.				
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>				
De fl. 6000.- in (14) zijn bedoeld voor reis- en verblijfkosten voor conferentiebezoek in het buitenland en tevens voor binnenlandse reizen.					
Ondertekening	Aanvrager(s): namens beide aanvragers			Datum: 1 augustus 1985	



1986

Nederlandse Stichting  
voor de Wiskunde SMC

## N.B. Raadpleeg de toelichting

Het eerste blad is tevens bestemd  
voor de inventarisatie van  
lopend onderzoek in Nederland

Dossiernummer: 10-80-14

1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. J.H.M. Steenbrink Instelling: Rijksuniversiteit Leiden, Mathematisch Inst. Corr.adres: Wassenaarseweg 80, 2333 AL Leiden	Functie: hoogleraar Telefoon: (071) 148333 t.st. 5043		
1b. Aanvrager(s)	Naam: G.B.M. van der Geer Naam: F. Oort Naam: J.H.M. Steenbrink	Functie: wet.hoofdmedew. Functie: hoogleraar Functie: hoogleraar		
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	arithmetische algebraïsche meetkunde arithmetical algebraic geometry	Instelling: UvA Instelling: RUU Instelling: RUL		
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	aan de mathematische instituten van UvA, RUU en RUL.			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	Onderzoek uitvoeren en stimuleren op het gebied der arithmetische algebraïsche meetkunde			
Technical abstract	To do and stimulate mathematical research in the field of arithmetical algebraic geometry			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s)  Dr. G.B.M. van der Geer Prof.Dr. F. Oort Prof.Dr. J.H.M. Steenbrink Prof.Dr. J.P. Murre (adv.) Prof.Dr. H.W. Lenstra (adv.) promovendus post-doc	afstudeerrichting/ specialisatie  algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde algebraïsche getaltheorie algebraïsche meetkunde algebraïsche meetkunde	ten laste van  UvA RUU RUL RUL UvA ZWO ZWO	uren/week in 1986 te besteden  15 15 15 -- -- 35 35
6. Totale subsidie- periode	Duur: 6 jaar	Aanvang: 1 september 1986		
7. Publikaties	via dissertaties en vaktijdschriften			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): P 120: algebraic geometry b. Toepassingsgebied (NABS-code): - c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: LSV algebra en meetkunde d. 1980 Mathematics Subject Classification: 10D, 14C, 14D, 14G, 14H, 14K, 14L.			

9a.  
voor nieuw  
onderzoek

- Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek
- Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader
- Werkwijze (methoden en apparatuur)

9b.  
voor  
continuerings-  
aanvragen

- Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling
- Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

Recently close relationships between algebraic geometry and algebraic number theory have become apparent. This synthesis between geometry and number theory has emerged as a new discipline in algebraic geometry called arithmetical algebraic geometry. It is the purpose of our project to stimulate mathematical research connected with the problems arising from this field and to make more geometers familiar with its methods and ideas.

Algebraic geometry deals with geometrical objects arising from polynomial equations. The classical viewpoint is to study the solutions of these equations with coefficients in a field, mostly algebraically closed. Thus to each set of equations with integral coefficients there is associated a whole bunch of algebraic varieties over different ground fields. The theory of schemes, created by Grothendieck, a true revolution in algebraic geometry, contained the right concept to unite these different varieties to one geometric object. This explains the well-known analogy between rings of integers in number fields and rings of regular functions on algebraic curves, already observed by Kronecker and Weil [Kr,We1]. However, Weil already observes [We2] that taking the infinite places into account immediately introduces complex algebraic geometry - hence our geometrical insight - into algebra and number theory.

For many years it was a problem to treat the primes at infinity on equal footing with the finite primes. Inspired by ideas of Shafarevich Arakelov recently succeeded in incorporating the infinite places in the two-dimensional case by the introduction of metrized line bundles and the development of an intersection theory on curves over rings of integers in number fields analogous to the intersection of divisors on compact complex surfaces. Faltings extended Arakelov's results and applied them to solve conjectures of Mordell, Shafarevich and Tate [Oo1,B1]. The main idea is to combine Arakelov's theory with knowledge about moduli spaces. This seems the start of a very rich theory.

There are other striking analogies between complex algebraic geometry and number theory. Above we mentioned the use of geometrical methods in number theory. On the other hand Galois theory has led to important ideas in algebraic geometry, like the concept of algebraic fundamental group, algebraic monodromy and algebraic cohomology theories. These play a central role in Deligne's proof of the Weil conjectures. The analogy between Hodge theory and étale cohomology led to the introduction of weights and mixed Hodge structures. Another striking analogy, between results from Nevanlinna theory and the geometry of sets of rational points on algebraic curves over number fields was recently discovered by Vojta. Its generalization to higher dimensions leads to a very general conjecture which has many standard conjectures as special cases.

Another consequence of the introduction of the scheme concept is the possibility to relate statements in characteristic zero to analogous statements in characteristic p. A survey of some of these results can be found in [Oo2].

vervolg 9.

Other examples of the close relationship between geometry and number theory:

- The arithmetical aspects of the study of moduli spaces leads naturally to the study of modular and automorphic forms. This is a field of tremendous activity nowadays;
- The use of modular curves in the determination of the torsion of groups of rational points on elliptic curves over  $\mathbb{Q}$  (Mazur).
- The determination of class numbers of algebraic number fields using elliptic curves (Gross-Zagier).
- Mazur-Wiles theory.
- The connection between special values of L-functions and algebraic cycles (Beilinson, Bloch, Soulé).

We expect that in this wide field of arithmetical algebraic geometry important developments will take place in the nearby future. Main centers of activity are Moscow (Shafarevich, Manin, Beilinson, Parshin), Paris (Szpiro, Serre, Raynaud, Moret-Bailly), Bonn (Zagier, Harder), Princeton (Faltings, Deligne) and Harvard (Tate, Mazur, Gross). We propose to carry out the project in contact with these and several others.

In the Netherlands several activities have taken place in recent years, which are related to the subject of our project: the moduli project, and several courses and seminars (modular curves, A-dam 1981; arithmetical surfaces, Van der Geer 1984, arithmetical algebraic geometry, Oort 1984, the Hodge conjecture, Van Geemen-Oort-Steenbrink 1985). As a consequence several students are interested in this field now.

Advisers of the project will be H.W. Lenstra jr. (UvA) and J.P. Murre (RUL). Other people who have shown interest are Stienstra, van Geemen, Top, Edixhoven (RUU), Peters, Beukers (RUL), van der Put (RUG), Schoof (UvA) and Brinkhuis (EUR).

Concretely we propose:

- to have three students write a thesis about a subject in arithmetical algebraic geometry, starting in 1986, 1987 and 1988;
- to have a postdoctoral fellow for each year of the project;
- to invite guests from abroad for short visits;
- to organize "intercity" seminars, meeting once in two weeks;
- to organize several minisymposia of one week.

We feel that it also should be possible that the people mentioned above take initiatives to invite guests for the project (under responsibility of the organizers).

#### References:

- [Bl] S. Bloch: The proof of the Mordell conjecture. *Math. Intell.* 6<sup>2</sup> (1984), 41-47.
- [Kr] L. Kronecker: Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Größen. (1881) Werke II, p. 237.
- [Oo1] F. Oort: In 1983 Faltings proved conjectures by Mordell, Shafarevich and Tate. *CWI Newsletter December 1984*.
- [Oo2] F. Oort: Algebraic Geometry, Symp. Alg. Geom. Tohoku Univ., Sendai, Japan, Sept. 1984.
- [We1] A. Weil: Sur l'analogie entre les corps des nombres algébriques et les corps de fonctions algébriques. *Oeuvres sci. I*, p. 236 (1939).
- [We2] A. Weil: Number theory and algebraic geometry. *Oeuvres sci. I*, p. 442 (1950).

10.	<p><b>Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek nà 1987</b></p> <p>Het ligt in de bedoeling in 1986 het project geleidelijk op te starten, omdat het moduliproject nog niet geheel afgelopen is. Beoogd wordt per 1 september één promovendus en één postdoc in dienst te nemen. In 1987 en 1988 wordt dan de volle omvang bereikt.</p>
11.	<p><b>Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)</b></p> <p>De taak der promovendi is: een onderzoek aan te vangen dat kan leiden tot een dissertatie op het gebied van de arithmetische algebraïsche meetkunde en actief deel te nemen aan het intercity seminarium.</p> <p>De taak der postdocs is: het verrichten van geavanceerd onderzoek op dit gebied en het stimuleren van het onderzoek van anderen door hun eigen specifieke inbreng.</p>
12. Hernieuwde aanvraag	Vorig. doss.nr:
13. Financiële bij- dragen aan dit onderzoek uit andere bron	

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-80-14

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
14.	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	8	p.m.	p.m.
	raming	1987	28	p.m.	p.m.
	raming	1988	40	p.m.	p.m.
	raming	1989	40	p.m.	p.m.
	raming	1990	36	p.m.	p.m.
15.	<b>a. Personeel</b>				
	<b>Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun</b>		<b>Naam</b>	<b>Functieniveau</b>	<b>Aanvangsdatum</b>
	onbekend		wet.assistent	1-9-1986	31-8-1990
	onbekend		univ.docent	1-9-1986	31-8-1987
	onbekend		wet.assistent	1-9-1987	31-8-1991
	onbekend		univ.docent	1-9-1987	31-8-1988
	onbekend		wet.assistent	1-9-1988	31-8-1992
	onbekend		univ.docent	1-9-1988	31-8-1989
	onbekend		univ.docent	1-9-1989	31-8-1990
	onbekend		univ.docent	1-9-1990	31-8-1991
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
	Hier zijn alleen de korte bezoeken begroot. Voor elk bezoek zal kontakt worden opgenomen met SMC.				
	Voor bezoeken van langere duur zullen bij ZWO bezoekersbeurzen worden aangevraagd. We ramen dit op 6 manmaanden per jaar.				
<b>d. Reis- en overige kosten</b>	De geraamde kosten zijn voor binnenlandse reiskosten. Kosten van bezoek aan zomerscholen en werkbezoeken zullen apart per jaar worden opgevoerd omdat ze afhankelijk zijn van het congresprogramma per jaar.				
	Aanvraager(s):				
	G.B.M. van der Geer				
Ondertekening	F. Bort	J.H.M. Steenbrink	Datum:	26 april 1985	







1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	<b>N.B. Raadpleeg de toelichting</b> Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland		Dossiernummer: 10-90-02
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: A.S. Troelstra Instelling: Mathematisch Instituut Corr.adres: Roetersstraat 15, 1018 WB Amsterdam	Functie: hoogleraar Telefoon: 020-522.2298/2200		
1b. Aanvrager(s)	Naam: D. van Dalen Naam: Naam:	Functie: hoogleraar Functie: Functie:	Instelling: RU Utrecht Instelling: Instelling:	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Intuitionistische metamathematica en toepassingen Intuitionistic metamathematics and applications			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Amsterdam - Utrecht (Mathematische Instituten)			
4.  Samenvatting van de probleem- en doelstelling  Technical abstract	Onderzoek van de relatie tussen diverse bewijstheoretische en semantische interpretaties van intuitionistische en overige constructieve systemen.  Investigations of the relation between various proof theoretic and semantical interpretations of intuitionistic and related constructive systems.			
5.  Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s) Prof. Dr. A.S. Troelstra Dr. D.H.J. de Jongh Drs. I. Moerdijk Drs. I. Bethke Prof. Dr. D. van Dalen  (Uren niet-ZWO-medewerkers niet opgevoerd.)	afstudeerrichting/ specialisatie intuitionisme & meta-mathematica idem idem idem idem	ten laste van  UvA UvA ZWO UvA RUU	uren/week in 1986 te besteden  - - 40 - -
6. Totale subsidie- periode	Duur: 10 jaar	Aanvang: 1-9-1982		
7. Publikaties	Artikelen en proefschrift(en)			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): 1101, 1299, 7205 b. Toepassingsgebied (NABS-code): - c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: LSV Logica en Grondslagen van de Wiskunde d. 1980 Mathematics Subject Classification: F 10, 25, 50, 55, 60, 65, C 30			

9a. voor nieuw onderzoek	-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek -Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader -Werkwijze (methoden en apparatuur)
9b. voor continuerings- aanvragen	-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling -Voortgang en resultaten 1984/1985

9a. of 9b.

1984-1985, Progress Report.

I. Moerdijk, the only ZWO-paid researcher in the project, spent the academic year 1984-1985 as a postdoctoral fellow at McGill University, Montreal, Canada, at the Centre Universitaire en Etudes Catégoriques. The year has been spent by Moerdijk in broadening his knowledge in category theory, homotopy theory and differential geometry; in (nearly) completing the monograph written jointly with prof. G.E. Reyes ("Models for smooth infinitesimal analysis"). Two other papers with G.E. Reyes are in preparation ([2], [3]).

References.

- [1] (with G.E. Reyes) Models for smooth infinitesimal analysis.  
(In preparation.)
- [2] (with G.E. Reyes) Formal systems for smooth infinitesimal analysis.  
(In preparation.)
- [3] (with G.E. Reyes) On the relation between a fine connection and speys.  
(In preparation.)
- [4] Path lifting for Grothendieck toposes. To appear.
- [5] (with G.W. Wraith) Connected locally connected toposes are path connected.

10.

Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987

Plan of research 1985-1986.

The monograph with Reyes should receive its finishing polish. Moerdijk shall obtain his Ph.D. in this period, on a collection of his published papers plus introduction (to be written). He intends to continue his research on homotopy groups of Grothendieck toposes by means of logical methods, research flowing from his joint paper with G.E. Wraith ([5]; cf. also [4]). There are also plans for a completely revised version of the monograph "Choice sequences", to be written jointly by Moerdijk and Troelstra; this version should contain all the new results obtained by Moerdijk, van der Hoeven and Troelstra since 1975.

11.

Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)

Topos- en schovensemantiek voor intuïtionistische en verwante systemen, met metamathematische toepassingen.  
De onderzoeker zal deelnemen aan bestaand onderzoek, medewerken aan seminaria, assistentie verlenen bij verwante en ondersteunende activiteiten. Het onderzoek zal afgerond worden met een dissertatie.  
Promotor: Prof. Dr. A.S. Troelstra.

12.  
Hernieuwde aanvraag

Vorig. doss.nr: 10-90-02

13.

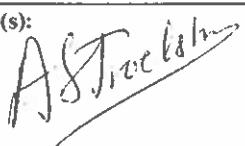
Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-90-02

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten		
	toegekend	1984	12				
	aangevraagd	1985	12				
	toegekend	1985	12				
	AANVRAAG	1986	8				
	raming	1987	-				
	raming	1988	-				
	raming	1989	-				
	raming	1990	-				
15. Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun	<b>a. Personeel</b>						
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum			
	I. Moerdijk	wetensch. medewerker	1-9-1982	1-9-1986			
	<b>b. Apparatuur</b>						
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>						
	<b>d. Reis- en overige kosten</b>						
Ondertekening	Aanvrager(s): 		Datum: 25 juni 1985				





1986	Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC	N.B. Raadpleeg de toelichting Het eerste blad is tevens bestemd voor de inventarisatie van lopend onderzoek in Nederland		Dossiernummer: 10-00-01
1a. Aanvrager/ contactpersoon	Naam: Prof.dr. ir.J.C. WILLEMS Instelling: Mathematisch Instituut Corr.adres: Postbus 800, 9700 AV Groningen	Functie: Hoogleraar Telefoon: 050 - 116718 050 - 776985		
1b. Aanvrager(s)	Naam: Prof.dr.F.Takens Naam: Dr. J.W.Nieuwenhuis Naam: Prof.dr.M.Winnink	Functie: Hoogleraar Functie: WHM Functie: Hoogleraar	Instelling: RUG Instelling: RUG Instelling: RUG	
2. Titel v.h. onderzoek Title of project	Dynamica van Systemen  Dynamics of Systems			
3. Plaats waar het onderzoek zal worden uitgevoerd	Paddepoelcomplex R.U. Groningen			
4. Samenvatting van de probleem- en doelstelling	De doelstelling van dit onderzoek is om in een multidisciplinair kader de mathematische structuur van dynamische systemen te onderzoeken en een methodologie te ontwikkelen voor het modelleren van dynamische modellen op basis van waarnemingen of metingen.			
Technical abstract	The purpose of this research project is to investigate the mathematical structure of dynamical systems and to develop a methodology for modelling dynamical systems on the basis of observations or measurements.			
5. Samenstelling van de groep betrokken bij de uitvoering van dit onderzoek  Researchers involved in the project	Naam en titel(s) 2 aan te stellen medewerkers  Dr.H.W. Broer (Subf. Wisk.) Prof.dr.R.F. Curtain (" ") Prof.dr.N.M.Hugenholtz (" Natk.) Dr. J.W.Nieuwenhuis (" Econometrie") Dr. H.E. Nusse (" ") Prof.dr.F.Takens (Subf. Wisk.) Prof.dr.T.J.Wansbeek (" Econometrie") Prof.dr.L.R.J.Westermann (" ") Prof.dr.ir.J.C.Willems (Subf. Wisk.) Prof.dr.M. Winnink (" Natk.)	afstudeerrichting/ specialisatie Wiskunde, Econometrie, of Theoretische Natuurkunde Dynamische Systemen Systeemtheorie Theoretische natuurkunde Systeemtheorie/OR/Econometrie Dynamische Systemen " " Econometrie Wiskunde Systeemtheorie Theoretisch Natuurkunde	ten laste van ZWO	uren/week in 1986 te besteden 40
6. Totale subsidie- periode	Duur: 7 jaar	Aanvang: 1 april 1986		
7. Publikaties	In erkende vaktijdschriften, boeken en dissertaties			
8. Classificatie	a. Wetenschapsgebied met subdiscipline of specialiteit (Z.W.O.-classificatie): * ; P 190 b. Toepassingsgebied (NABS-code): N-10 c. Werkgemeenschap/landelijk samenwerkingsverband: d. 1980 Mathematics Subject Classification:	WGM Math.Besliskunde en Systeemtheorie WGM Analyse (Dynamische Systemen) LSV Mathematische Physica 93 B xx; 93 E xx; 58 F xx; 70 A 05; 81 xx; 90 A xx; 62 P 20.		
*) Nog systeemtheorie, noch dynamische systemen komen in deze classificatie voor.				

	Wetenschappelijke informatie	Dossiernummer: 10-00-01
9a. voor nieuw onderzoek	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Nadere uitwerking van de probleem- en doelstelling van het onderzoek</li> <li>-Wetenschappelijk belang van het onderzoek, voorgeschiedenis en wetenschappelijk kader</li> <li>-Werkwijze (methoden en apparatuur)</li> </ul>	
9b. voor continuerings- aanvragen	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recapitulatie van de oorspronkelijke probleemstelling</li> <li>-Voortgang en resultaten 1984/1985</li> </ul>	
	<p>9a. of 9b.</p> <p>1. <u>Background</u></p> <p>The theory of dynamical systems and their mathematical structure finds its origin in many diverse areas of science. Undoubtedly the first formalization is to be found in mechanics in its various aspects: classical mechanics, statistical mechanics and quantum mechanics. Since the work of Poincaré and Birkhoff, however, dynamical systems have successfully been studied as mathematical notions in their own right. This work has, in fact, led to a refined understanding of the qualitative behavior of dynamical systems, culminating in the recent explosion of interest in chaos, strange attractors, and other types of irregular behavior in differential equations.</p> <p>Another research area which has led to a conceptualization of dynamical phenomena is control theory where the emphasis has been on synthesis problems. Consequently, the interest has there been an 'open' system, that is, on systems which are interconnected with their environment through external variables, as inputs and outputs. In econometrics on the other hand, one of the most basic issues is how to obtain a dynamical model starting from observed data. This has in particular led to the study of ARMAX models and the estimation of their structure and their parameters. Also economic theory enters in this structure determination.</p> <p>Notwithstanding this diversity of background, application areas, and formalization, there are many aspects and research problems which can and should be studied from a common vantage point. The development of such a common ground in the context of the theory of dynamical systems and mathematical system theory is the basic aim of this project.</p> <p>We believe that an interdisciplinary approach to this problems area can be extremely fruitful. Many basic issues in the modelling of physical systems can be approached using the language of mathematical system theory. Further it is worthwhile to investigate the implications in physics of the fact that chaotic motion can be generated by simple non-linear deterministic systems, one of the basic conclusions which has emerged from the recent work in topological dynamics. The notion of stochastic dynamical system, the associated state space representation problem and its non-uniqueness are of obvious relevance to such areas as quantum mechanics and econometric model interpretation. Finally, the issue of setting up a model on the basis of observations is a central question in quantum mechanics, system identification and econometric modeling.</p> <p>2. <u>Research Problems</u></p> <p>In a sense our research project encompasses all methodological and mathematical aspects of the study of dynamical systems. However, the main broad areas which we emphasize are the following:</p> <p>2.1. The mathematical structures for the description of dynamical phenomena. State space descriptions, external descriptions, evolution laws and their interrelations. Implications in physics in particular regarding symmetries, Hamiltonian structure, rigorous formulations of thermodynamics, etc.</p>	

vervolg 9.

References:

- J.C. WILLEMS, "System Theory Models for the Analysis of Physical Systems", *Ricerche di Automatica*, Vol. 10, No. 2, pp. 71-106, 1979.
- A.J. VAN DER SCHAFT, *System Theoretic Descriptions of Physical Systems*, (Doctoral Dissertation, Un. of Groningen, The Netherlands, 1983). CWI Tracts, No. 3, Amsterdam, 1984.
- J.C. WILLEMS, "Mathematical Structures for the Study of Dynamical Phenomena", *Nieuw Archief voor Wiskunde* (4), Vol. 1, 1983, pp. 159-192.

**2.2. Mathematical Treatment of Thermodynamics.** The study of correlation functions for thermodynamic systems when restricted to subsystems confined to subvolumes studied in the context of external variables/state models from mathematical system theory

References: See the references under 2.1 and

- J.C. WILLEMS, "Models for Dynamical Phenomena, to appear in "Les Systèmes Dynamiques", Springer Lecture Notes in Physics.
- R. HAAG, N.M. HUGENHOLTZ and M. WINNINK, "On the equilibrium states in Quantum Mechanics", *Commun. Math. Phys.* 5 (1969) 215.
- O. BRATELLI, D.W. ROBINSON, *Operator Algebras and Quantum statistical Mechanics I*. Springer Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, (1979).
- M. WINNINK, "Some Remarks on Gibbs Phase Rule", *Delft Progress Reports*, vol. 9, 1984, pp. 115-134.

The study of the structure of the set of correlation functions for alloys on a lattice, obtained from finite element computer calculations obtained from cluster variation methods.

References:

- R. KIKUCHI, *Phys. Rev.*, vol. 81, 1951, p. 988.
- A.G. SCHLIJPER, *Phys. Rev. Vol. B.27*, 1983, p. 6841, and *J. Stat. Phys.*, vol. 35, 1984.
- R.B. ISRAEL, *Convexity in the theory of Lattice gases*. Princeton University Press, 1979.
- Ya.G. SINAI, *Theory of Phase Transitions: Rigorous results*. Pergamon Press, 1982.

The study of the relations between classical statistical mechanics and Euclidean quantum field theory as an application of stochastic processes and stochastic system theory.

Reference:

- J. GLIMM and A. JAFFE, *Quantum Physics: A Functional Integral Point of View*, Springer, 1981.

**2.3. Chaos in deterministic systems.** In several situations in physics (turbulence) and chemistry experiments have been performed which produced "chaotic looking" motions (or signals) which nonetheless can be interpreted as being due to relatively simple deterministic systems with a strange attractor. The main problems in this direction are: which signals can be interpreted as originating from a deterministic system? and: if a signal can be interpreted as originating from a deterministic system with a strange attractor, what can be deduced from the signal about the nature of the attractor? How can one distinguish chaoticity from stochasticity? Other issues which will be studied are the relation between bifurcation theory and the onset to chaos. In addition to the applications of chaotic motions in physical systems, we will study the occurrence of chaotic solutions and their robustness in macro-economic models.

References:

D. RUELLE, F. TAKENS, On the nature of turbulence Comm. Math. Phys. 20 (1971), pp. 167-192.

J. PALIS and F. TAKENS, Stability of parametrized families of gradient vector fields, Ann. of Math. 118 (1983), pp. 383-421.

S. NEWHOUSE, J. PALIS and F. TAKENS, Bifurcations and stability of families of diffeomorphisms, Publ. I.H.E.S. 57 (1983), pp. 5-71.

B.L. BRAAKSMA, H.W. BROER, Quasi periodic flow near a codimension one singularity of a divergence free vector field in dimension four. Astérisque, 98 - 99 (1983), pp. 74-142.

F. TAKENS, Detecting strange attractors in turbulence, in Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics 898, Springer Verlag, 1981.

B. MALRAISON, P. ATTEN, P. BERGE and M. DUBOIS, Dimension of strange attractors: an experimental determination for the chaotic regime of two convective systems, J. Physic Lettres 44 (1983), L 897 - L 902.

**2.4 Stochastic Systems.** The aim here is to develop a suitable theory of stochastic dynamical systems similar to and generalizing the one developed for deterministic systems. In particular the various (external, state space, white noise) representations and their relations. We will apply this framework in order to shed some light on basic issues in quantum mechanics (can the Schrödinger equation be interpreted as a stochastic system?) and in econometrics (of what stochastic system in an ARMAX equation a representation?).

References:

F. GUERRA, Structural Aspects of Stochastic Mechanics and Stochastic Field Theory, Physics Reports, Vol. 77, pp. 263-312, 1981.

E.J. HANNAN, W.T.M. DUNSMUIR and M. DEISTLER, Estimation of Vector Armax Models, J. of Multivariate Analysis, Vol. 10, pp. 275-295, 1980.

**2.5. From Data to Model.** The problem of deducing a mathematical model on the basis of observations is one of the basic methods in econometrics in the context of prediction, and in control engineering in the context of adaptation. However, it also occurs in the detection of chaos on the basis of measurements and one of the basic issues in quantum mechanics is the understanding of the role of observations and measurements. Is there a unifying point of view?

References: The fifth reference of 2.3, the second reference of 2.4. Finally

J.C. WILLEMS, From Time Series to Linear System , Part 1 - 3, manuscript 1985, R.U. Groningen, Department of Mathematics.

**2.6 Dynamical Structure in Economic Models.** The theory of macroeconomic modelling has produced dynamic models which, although they are getting bigger and the estimation algorithms are becoming more refined, have not brought a proportional improvement in the prediction accuracy. Basic issues in this context are: is a stochastic approach in this model building relevant or at least preferable to a deterministic approximation oriented one? What is the role of the specifications - one could call them structural constraints - brought about by the neoclassical economic theory? How does one formalize in a dynamical systems context rational expectations, exogenous economic variables, causality, etc.? A further subject to be studied is the relation between continuous time systems and their discretized versions and the relevance of these results in economic models.

References:

- C.S. SIMS, Money, Income and Causality, *The American Economic Review*, 62, pp. 540-552, 1972.
- C.W.J. GRANGER, Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, *Econometrica* 37, pp. 424-438, 1969.
- T.J. SARGENT, Rational Expectations, Econometric Exogeneity and Consumption. *Journal of Political Economy* 86, pp. 673-700, 1978.
- R.F. ENGLE, D.F. HENDRY nad J.-F.RICHARD, Exogeneity, *Econometrica*, 51, 277-304, 1983.
- S. de LEEUW, W.S. KELLER and T.S. WANSBEEK (eds.), Interfaces between Econometrics and Psychometrics. Special Issue of *Journal of Econometrics*, 1984.
- T.S. WANSBEEK and A. KAPTEYN, Estimation in a Linear Model with Serially Correlated Errors when Observations are Missing. *International Economic Review*, 26, 431-452, 1985

10.

**Werkplan voor het onderzoek in 1986 en 1987; globale fasering van het onderzoek na 1987**

1986 : - systeemtheoretische benadering voor problemen in de theoretische natuurkunde (items 1,2,4 van Research Problems)  
- chaos, deducing the nature of an attractor from an observed signal (item 3 van Research Problems).

In 1986 zal verder veel aandacht worden besteed om, door middel van wekelijkse bijeenkomsten, ervoor te zorgen dat de deelnemers een grondige kennis krijgen van de problematiek en de concepten die in de diverse richtingen van de onderzoeks groep aan de orde zijn.  
Een bijdrage van buitenlandse deskundigen is hierbij onontbeerlijk.

11.

**Taakomschrijving van de gevraagde medewerker(s)**

Promovendus : chaos, deducing the nature of an attractor from an observed signal.

Gepromoveerde medewerker : systeemtheoretische benadering in de theoretische natuurkunde .

**12. Hernieuwde aanvraag**

Vorig. doss.nr:

13.

**Financiële bijdragen aan dit onderzoek uit andere bron**

geen

1986

## Financiële en administratieve gegevens

Dossiernummer: 10-00-01

4

Begroting van bij de Nederlandse Stichting voor de Wiskunde SMC aangevraagde steun  14.	jaar	personeel (manmaanden)	apparatuur (duurzame goederen)	bezoeken buitenlandse deskundigen	reis- en overige kosten
	toegekend	1984			
	aangevraagd	1985			
	toegekend	1985			
	AANVRAAG	1986	15		p.m.
	raming	1987	30		p.m.
	raming	1988	48		p.m.
	raming	1989	48		p.m.
Toelichting op en motivering van de aangevraagde steun  15.	raming	1990	36	+ 1991 en 1992:24	p.m.
	<b>a. Personeel</b>				
	Naam	Functieniveau	Aanvangsdatum	Beëindigingsdatum	
	Promovendus	wet. assistent	1.4.1986	31.3.1990	
	Gepromoveerd medewerker (Post-doc)	onderzoeker	1.7.1986	30.6.1987	
	Een analoge personeelsmix is voorzien door de volgende jaren, opbouwend tot een maximum in 1988-89 tot 4 personeelsplaatsen				
	<b>b. Apparatuur</b>				
	<b>c. Bezoeken buitenlandse deskundigen</b>				
Voor een goede voortgang van het onderzoek zijn een aantal korte (1 à 2 -week) bezoeken van buitenlandse deskundigen onontbeerlijk.					
Ondertekening	Aanvrager(s):		Prof.dr.ir.J.C. Willems Datum: 6 mei 1985 Prof.dr. F. Takens Prof.dr. M. Winnink Dr. J.W. Nieuwenhuis		
	